

Differenzialgleichungen 2.-ter bzw. n-ter Ordnung mit dem TI

Am Beispiel der frei gedämpften Schwingung (Buch Dankert S. 589)

Ausgehend von der linearen homogenen Differenzialgleichung:

$$m \cdot \ddot{x} + k \cdot \dot{x} + c \cdot x = 0$$

Die Gleichung muß zunächst einmal umgeschrieben werden, da der Y-Editor im Mode: Graph= DIFF EQUATIONS nur die Variablen y und t kennt. Außerdem kann man nur Gleichungen 1. Ordnung eingeben. Gleichungen n-ter Ordnung müssen in ein System mit n-Gleichungen 1. Ordnung umgeformt bzw. überführt werden.

Folgt:

$$m \cdot \ddot{x} + k \cdot \dot{x} + c \cdot x = 0$$

$$m \cdot y'' + k \cdot y' + c \cdot y = 0$$

$$y'' + \frac{k}{m} \cdot y' + \frac{c}{m} \cdot y = 0$$

$$y'' = -\frac{k}{m} \cdot y' - \frac{c}{m} \cdot y$$

mit Lehrschem Dämpfungsmaß

$$D = \frac{k}{2 \cdot \sqrt{m \cdot c}} \quad w = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

$$y'' + 2 \cdot D \cdot w \cdot y' + w^2 \cdot y = 0$$

Umformung der DGL zweiter Ordnung in eine DGL erster Ordnung:

1. Substitution der rechten Seite der Gleichung mit $y=y1$ und $y'=y2$:

$$y'' = -2 \cdot D \cdot w \cdot y' - \frac{c}{m} \cdot y$$

wird zu

$$y2' = -2 \cdot D \cdot w \cdot y2 - w^2 \cdot y1$$

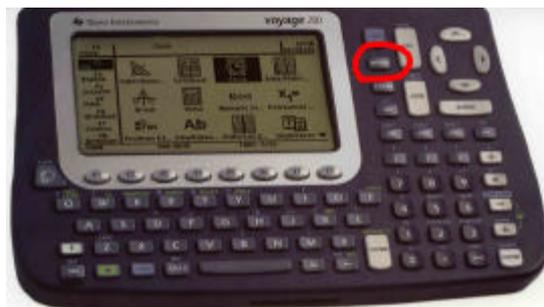
2. Substitution der linken Seite der Gleichung mit $y''=y2'$:

$$y2' = -2 \cdot D \cdot w \cdot y2 - w^2 \cdot y1$$

Eingabe in den TI:

Zunächst graphische Darstellung der Auslenkung mit dicker Linie und der Geschwindigkeit mit gepunkteter Linie (Gleichungen y und y').

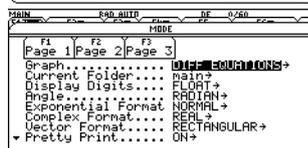
1. Drücken Sie die 3 Taste wie unten abgebildet:



Schalten Sie von **Graph** **FUNKTION**



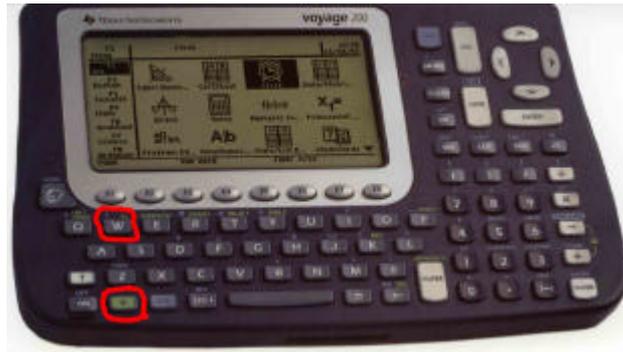
auf **Graph** **DIFF EQUATIONS**



kehren Sie mit **Enter** in das Home Verzeichnis zurück:



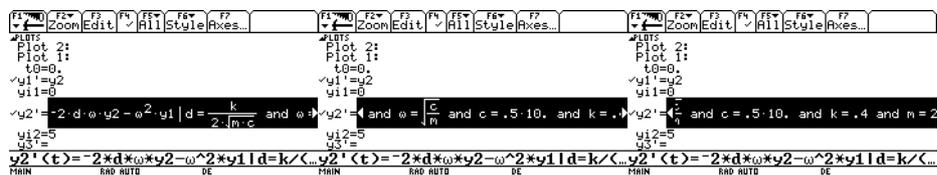
2. Drücken und halten Sie die \neq und dann die $\#$ um in den Y=Editor zu kommen:



3. Nachfolgende Gleichungen eingeben:

$$y_1' = y_2$$

$$y_2' = -2 \cdot d \cdot \omega \cdot y_2 - \omega^2 \cdot y_1 \mid d = \frac{k}{2 \cdot \sqrt{m \cdot c}} \text{ and } \omega = \sqrt{\frac{c}{m}} \text{ and } c = 5 \text{ and } k = .4 \text{ and } m = 2$$

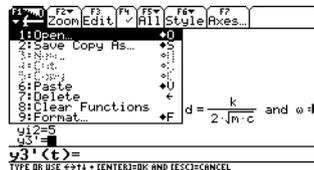


Die Anfangsbedingungen für die Auslenkung und die Geschwindigkeit werden in y1 und in y2 eingetragen (hier z.B. mit y1=0 und y2=5 also nur mit einer Anfangsgeschwindigkeit):

$$y_1 = 0$$

$$y_2 = 5$$

4. Drücken Sie :



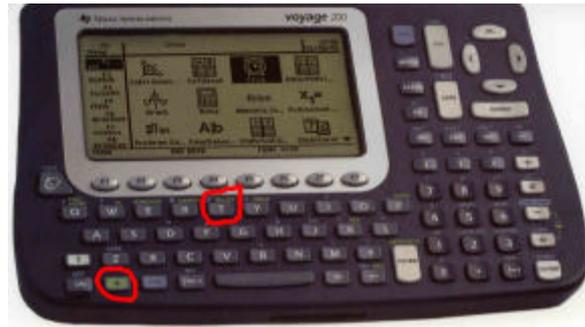
und gehen Sie auf Format



hier können Sie verschiedene Einstellungen bezüglich Berechnungsmethode, Beschriftung, Achsen, Richtungsfelder etc. vornehmen.

Übernehmen Sie die obigen Einstellungen.

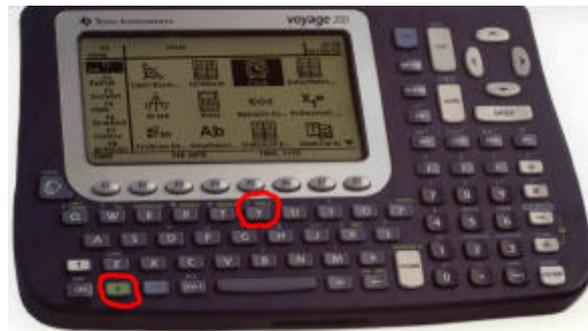
5. Drücken Sie ∞ und dann $\&$ um Einstellungen für die Tabellenwerte vorzunehmen.



Übernehmen Sie folgende Einstellungen.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrnIO	Clean Up	
TABLE SETUP					
tblStart.....	0.				
tblEnd.....	5				
Graph (-) Table	OFF				
Independent....	AUTO				
Enter=SAVE					ESC=CANCEL
ceiling(g1(0..5))					
MIN RAD AUTO DE 5/60					

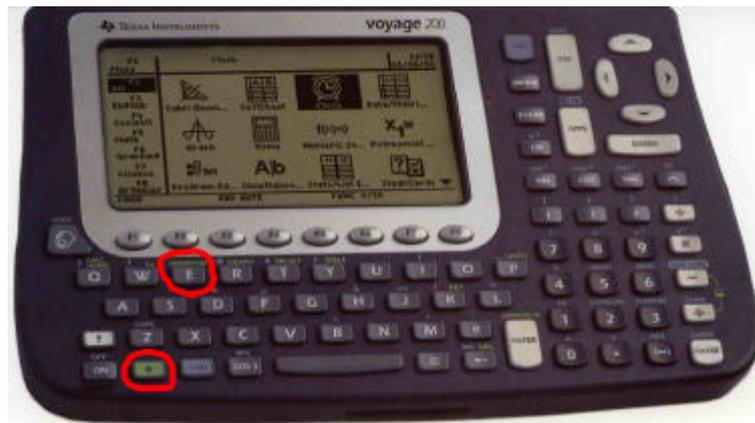
6. Drücken Sie ∞ und dann \ni um Tabellenwerte abzulesen. Sie werden benötigt, um das Fenster später richtig einzustellen.



F1	F2	F3	F4	F5	F6
Setup	Del	Home	Del	Pos	Int
t	y1	y2			
0.	0.	5.			
.5	2.1352	3.1363			
1.	2.8546	-3.187			
1.5	1.9056	-3.263			
2.	-.0369	-4.082			
2.5	-1.772	-2.521			
3.	-2.341	3.1306			
3.5	-1.534	2.6967			
t=0.					
MIN RAD AUTO DE					

Abzulesen ist ein Wert von ca. 5 und -5 für unseren Fensterausschnitt in y Richtung.

7. Drücken Sie ∞ und dann \exists um die Fensterwerte einzustellen:



. Übernehmen Sie nachfolgende Einstellungen.

```

F1 [2nd] [F2] [Zoom]
t0=0,
tmax=10,
tstep=1,
tplot=0,
xmin=0,
xmax=10,
xsc1=1,
ymin=0,
ymax=5,
ysc1=1,
pcurves=0,
difcol=.001
MAIN          RAD AUTO          DE
    
```

8. Drücken und halten Sie die \neq und dann die $\#$ um in den Y=Editor zu kommen. Kontrollieren Sie ob links neben den y_1' und y_2' Gleichungen ein Haken gesetzt ist. Wenn nicht

kann man ihn mit \square Auswählen bzw. Deaktivieren.

In y_1 kann eine Anfangsauslenkung eingetragen werden, in y_2 eine Anfangsgeschwindigkeit. Beide werden hier auf y_1 ist auf 0 gesetzt und y_2 auf.

```

F1 [2nd] [F2] [F3] [F4] [F5] [F6] [F7]
[2nd] [Zoom] [Edit] [Fill] [Style] [Axes...]
PLOTS
Plot 1:
t0=0,
✓y1=y2
y1=0
✓y2'=-2*d*o*y2-o^2*y | d=k/2*sqrt(c) and o ->
y12=5
y3=
y4=
y11=5
MAIN          RAD AUTO          DE
    
```

9. Gehen Sie auf die y_1' Gleichung und wählen Sie \square -Style und dort **4:Thick** aus

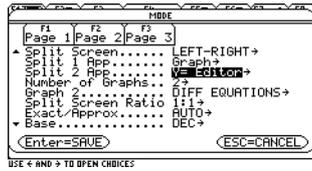
```

F1 [2nd] [F2] [F3] [F4] [F5] [F6] [F7]
[2nd] [Zoom] [Edit] [Fill] [Style] [Axes...]
PLOTS
Plot 1:
t0=0,
✓y1=y2
y1=0
✓y2'=-2*d*o*y2-o^2*y | d=k/2*sqrt(c) and o ->
y12=5
y3=
y4=
y11=<t>y2
TYPE OR USE +F7+ LENTER/FDR AND RESCH/CHNCL
MAIN          RAD AUTO          DE
    
```

10. Gehen Sie auf die y_2' Gleichung und wählen Sie \square -Style und dort **2:Dot**

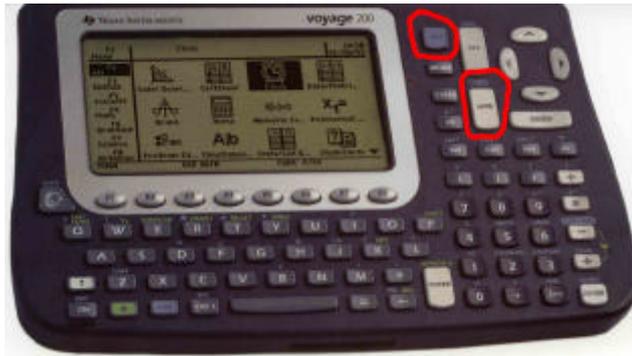
```

F1 [2nd] [F2] [F3] [F4] [F5] [F6] [F7]
[2nd] [Zoom] [Edit] [Fill] [Style] [Axes...]
PLOTS
Plot 1:
t0=0,
✓y1=y2
y1=0
✓y2'=-2*d*o*y2-o^2*y | d=k/2*sqrt(c) and o ->
y12=5
y3=
y4=
y11=<t>y2
y2'=<t>-2*d*o*y2-o^2*y | d=k/2*sqrt(c)
MAIN          RAD AUTO          DE
    
```

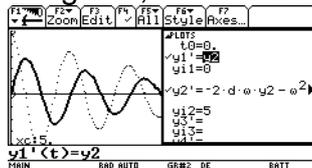



Warten Sie bis der Graph auf der linken Seite neu gezeichnet wird.

15. Drücken Sie α und α wie abgebildet um zwischen den beiden Fenstern zu wechseln. Gehen Sie in das rechte Fenster um dort Einstellungen des Y-Editor vorzunehmen.



16. Wählen Sie mit α und den Cursortasten hoch α runter α die y_1' und y_2' Gleichung aus, sodass links ein Haken ist.



17. Gehen Sie mit den Cursortasten hoch α runter α auf die y_1' Gleichung, drücken Sie α -Style und stellen Sie **4:Thick** ein. Verfahren Sie analog mit y_2' .



18. Drücken Sie α -Axes und Stellen Sie Axes.....CUSTOM, X Axis .. y_1 und Y Axis .. y_2 ein.



19. Drücken Sie α und dann **9:Format**. Achten Sie darauf, dass wenn Sie zu dem Phasenportae Richtungsfelder eingezeichnet bekommen möchten bei DGL's 1.Ordnung bei **Fields1:SLPFLD** eingestellt ist und bei DGL'S 2. Ordnung **Fields2:DIRFLD** eingestellt ist.

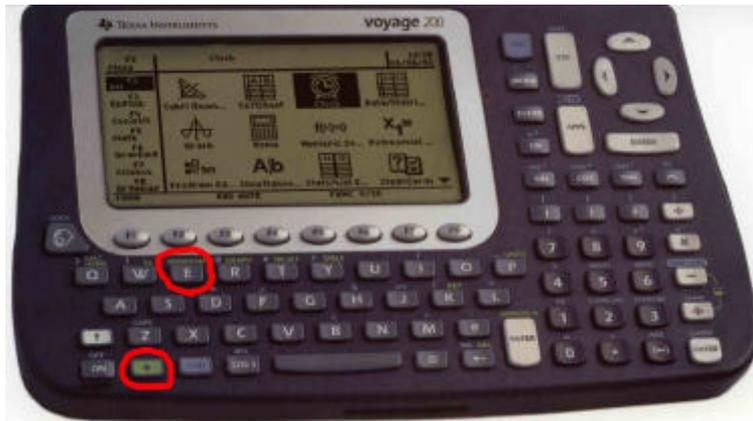
Unter **Solution Method** kann man zwischen Runge Kutta und Euler Verfahren wählen.

Übernehmen Sie folgende Einstellungen.

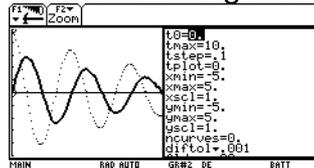


Bestätigen Sie mit \div .

20. Drücken Sie ∞ und dann \boxminus um die Fensterwerte einzustellen



. Übernehmen Sie nachfolgende Einstellungen.



21. Drücken Sie ∞ und dann $\%$ um das Phasenportae im rechten Fenster graphisch darzustellen.

