

Differenzialgleichungen 2.-ter bzw. n-ter Ordnung mit dem TI

Am Beispiel der frei gedämpften Schwingung (Buch Dankert S. 589)

Ausgehend von der linearen homogenen Differenzialgleichung:

$$m \cdot \ddot{x} + k \cdot \dot{x} + c \cdot x = 0$$

Die Gleichung muß zunächst einmal umgeschrieben werden, da der Y-Editor im Mode: Graph= DIFF EQUATIONS nur die Variablen y und t kennt. Außerdem kann man nur Gleichungen 1. Ordnung eingeben. Gleichungen n-ter Ordnung müssen in ein System mit n-Gleichungen 1. Ordnung umgeformt bzw. überführt werden.

Folgt:

$$m \cdot \ddot{x} + k \cdot \dot{x} + c \cdot x = 0$$

$$m \cdot y'' + k \cdot y' + c \cdot y = 0$$

$$y'' + \frac{k}{m} \cdot y' + \frac{c}{m} \cdot y = 0$$

$$y'' = -\frac{k}{m} \cdot y' - \frac{c}{m} \cdot y$$

mit Lehrschem Dämpfungsmaß

$$D = \frac{k}{2 \cdot \sqrt{m \cdot c}} \quad w = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

$$y'' + 2 \cdot D \cdot w \cdot y' + w^2 \cdot y = 0$$

Umformung der DGL zweiter Ordnung in eine DGL erster Ordnung:

1. Substitution der rechten Seite der Gleichung mit $y=y_1$ und $y'=y_2$:

$$y'' = -2 \cdot D \cdot w \cdot y' - \frac{c}{m} \cdot y$$

wird zu

$$y_2' = -2 \cdot D \cdot w \cdot y_2 - w^2 \cdot y_1$$

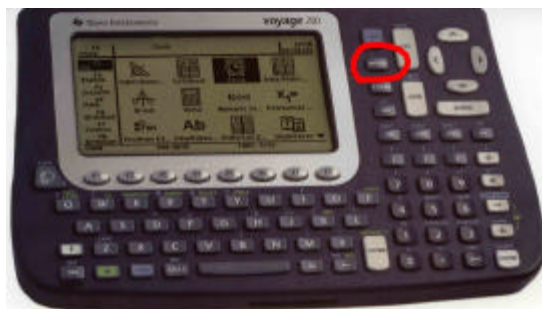
2. Substitution der linken Seite der Gleichung mit $y''=y_2'$:

$$y_2' = -2 \cdot D \cdot w \cdot y_2 - w^2 \cdot y_1$$

Eingabe in den TI:

Zunächst graphische Darstellung der Auslenkung mit dicker Linie und der Geschwindigkeit mit gepunkteter Linie (Gleichungen y und y').

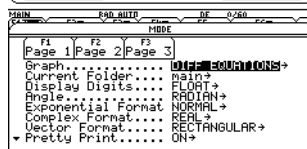
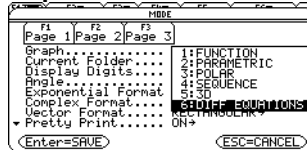
1. Drücken Sie die 3 Taste wie unten abgebildet:



Schalten Sie von **Graph** **FUNKTION**



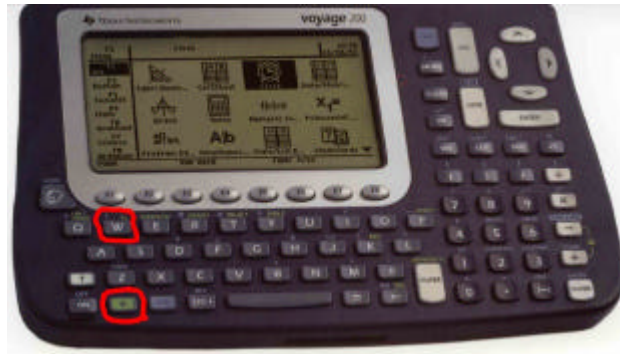
auf **Graph** **DIFF EQUATIONS**



kehren Sie mit **Enter** in das Home Verzeichnis zurück:



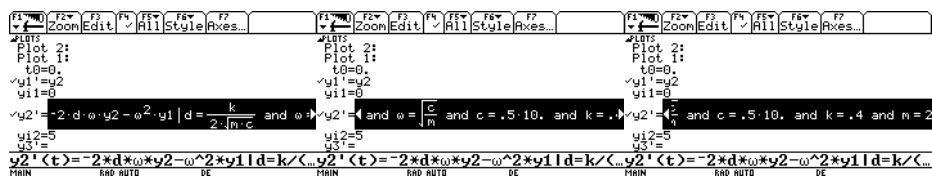
2. Drücken und halten Sie die \neq und dann die $\#$ um in den Y=Editor zu kommen:



3. Nachfolgende Gleichungen eingeben:

$$y_1' = y_2$$

$$y_2' = -2 \cdot d \cdot \omega \cdot y_2 - \omega^2 \cdot y_1 \mid d = \frac{k}{2 \cdot \sqrt{m \cdot c}} \text{ and } \omega = \sqrt{\frac{c}{m}} \text{ and } c = 5 \text{ and } k = .4 \text{ and } m = 2$$

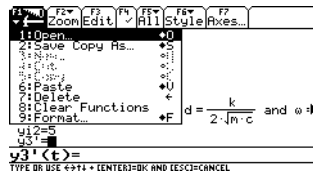


Die Anfangsbedingungen für die Auslenkung und die Geschwindigkeit werden in y1 und in y2 eingetragen (hier z.B. mit y1=0 und y2=5 also nur mit einer Anfangsgeschwindigkeit):

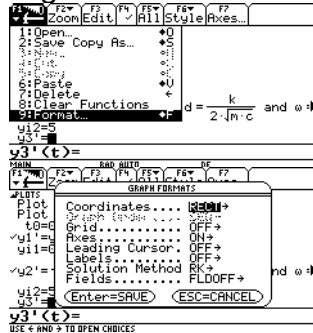
$$y_1 = 0$$

$$y_2 = 5$$

4. Drücken Sie :

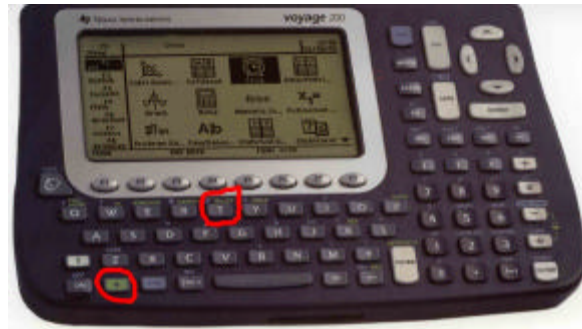


und gehen Sie auf Format



hier können Sie verschiedene Einstellungen bezüglich Berechnungsmethode, Beschriftung, Achsen, Richtungsfelder etc. vornehmen. Übernehmen Sie die obigen Einstellungen.

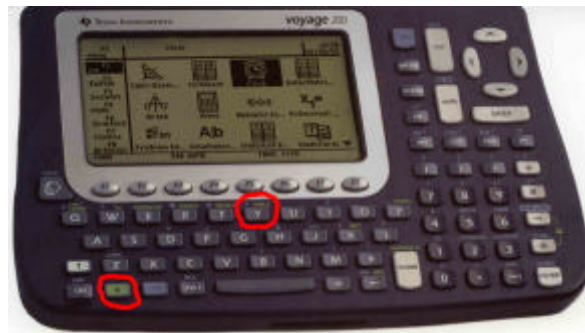
5. Drücken Sie ∞ und dann $\&$ um Einstellungen für die Tabellenwerte vorzunehmen.



Übernehmen Sie folgende Einstellungen.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrnIO	Clean Up	
TABLE SETUP					
tblStart.....	0.				
tbl.....	.5				
Graph (-> Table	OFF+				
Independent....	AUTO+				
Enter=SAVE	ESC=CANCEL				
ceiling(g1(0..5))	0.				
MIN RAD AUTO DE 5/60					

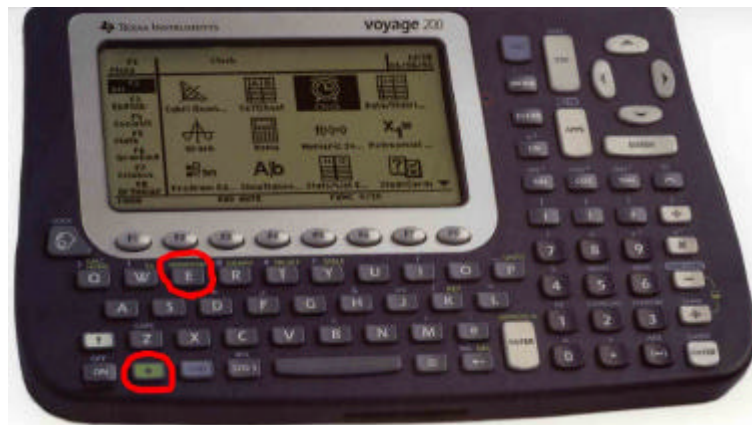
6. Drücken Sie ∞ und dann \ni um Tabellenwerte abzulesen. Sie werden benötigt, um das Fenster später richtig einzustellen.



F1	F2	F3	F4	F5	F6
Setup	Del	Home	Del	Pos	Int
t	y1	y2			
0.	0.	5.			
.5	2.1352	3.1363			
1.	2.8545	-3.187			
1.5	1.9056	-3.263			
2.	-.0359	-4.082			
2.5	-1.772	-2.521			
3.	-2.341	3.1306			
3.5	-1.534	2.6967			
t=0.					
MIN RAD AUTO DE					

Abzulesen ist ein Wert von ca. 5 und -5 für unseren Fensterausschnitt in y Richtung.

7. Drücken Sie ∞ und dann \exists um die Fensterwerte einzustellen:



. Übernehmen Sie nachfolgende Einstellungen.

```

F1 [2nd] [F2] [Zoom]
t0=0,
tmax=10,
tstep=1,
tplot=0,
xmin=0,
xmax=10,
xsc1=1,
ymin=0,
ymax=5,
ysc1=1,
pcurves=0,
difcol=.001
MAIN          RAD AUTO          DE
    
```

8. Drücken und halten Sie die \neq und dann die $\#$ um in den Y=Editor zu kommen. Kontrollieren Sie ob links neben den y_1' und y_2' Gleichungen ein Haken gesetzt ist. Wenn nicht

kann man ihn mit \square Auswählen bzw. Deaktivieren.

In y_1 kann eine Anfangsauslenkung eingetragen werden, in y_2 eine Anfangsgeschwindigkeit. Beide werden hier auf y_1 ist auf 0 gesetzt und y_2 auf.

```

F1 [2nd] [F2] [F3] [F4] [F5] [F6] [F7]
[2nd] [Zoom] [Edit] [Fill] [Style] [Axes...]
PLOTS
Plot 1:
t0=0,
✓y1=y2
y1=0
✓y2'=-2*d*o*y2-o^2*y1 | d=k/2*sqrt(c) and o ->
y12=5
y3=
y4=
y11=5
MAIN          RAD AUTO          DE
    
```

9. Gehen Sie auf die y_1' Gleichung und wählen Sie \square -Style und dort **4:Thick** aus

```

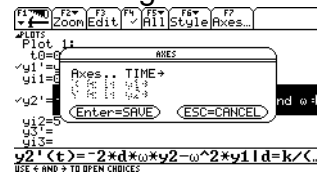
F1 [2nd] [F2] [F3] [F4] [F5] [F6] [F7]
[2nd] [Zoom] [Edit] [Fill] [Style] [Axes...]
PLOTS
Plot 1:
t0=0,
✓y1=y2
y1=0
✓y2'=-2*d*o*y2-o^2*y1 | d=k/2*sqrt(c) and o ->
y12=5
y3=
y4=
y11=5
y1'(t)=y2
TYPE OR USE +F7+ LENTER/FDR AND RESCH/CHNCL
MAIN          RAD AUTO          DE
    
```

10. Gehen Sie auf die y_2' Gleichung und wählen Sie \square -Style und dort **2:Dot**

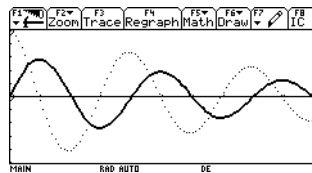
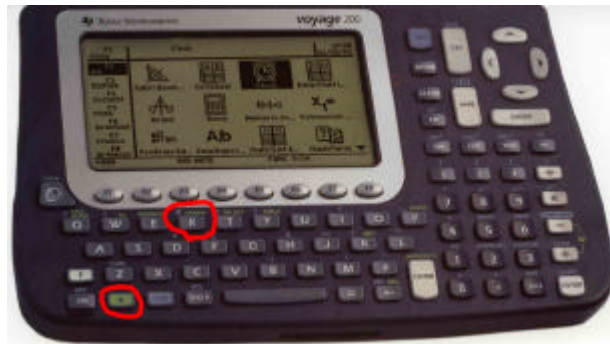
```

F1 [2nd] [F2] [F3] [F4] [F5] [F6] [F7]
[2nd] [Zoom] [Edit] [Fill] [Style] [Axes...]
PLOTS
Plot 1:
t0=0,
✓y1=y2
y1=0
✓y2'=-2*d*o*y2-o^2*y1 | d=k/2*sqrt(c) and o ->
y12=5
y3=
y4=
y11=5
y2'(t)=-2*d*o*y2-o^2*y1 | d=k/2*sqrt(c)
MAIN          RAD AUTO          DE
    
```

11. Drücken Sie Axes und Stellen Sie dort TIME ein. Bestätigen Sie Ihre Eingabe mit \rightarrow

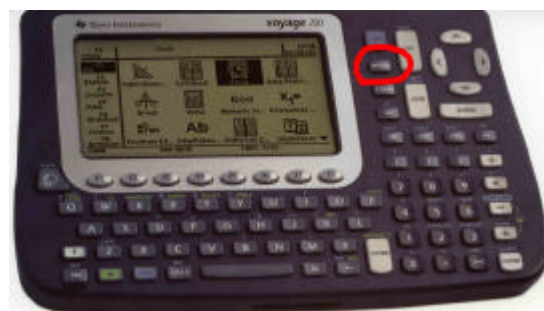


12. Drücken Sie ∞ und dann % um die Differenzialgleichungen graphisch darzustellen.



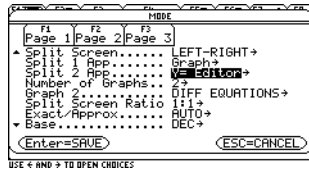
Zur Darstellung der Auslenkung und der Geschwindigkeit über die Zeit kann man auch eine Darstellung der Auslenkung über die Geschwindigkeit hinzufügen. Es ist die so genannte Phasenkurve oder auch das Phasenportrae.

13. Drücken Sie die 3 Taste wie unten abgebildet:



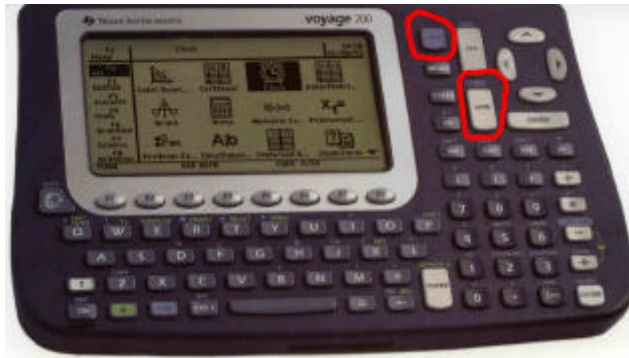
14. Drücken Sie \rightarrow und Stellen Sie Split Screen auf LEFT-RIGHT, Split 1 App auf Graph, Split 2 App auf Y-Editor und Number of Graphs auf 2.

Übernehmen Sie die abgebildeten Einstellungen und bestätigen Sie mit \rightarrow

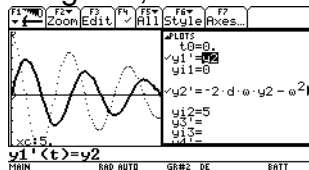


Warten Sie bis der Graph auf der linken Seite neu gezeichnet wird.

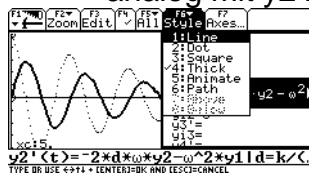
15. Drücken Sie α und 2 wie abgebildet um zwischen den beiden Fenstern zu wechseln. Gehen Sie in das rechte Fenster um dort Einstellungen des Y-Editor vorzunehmen.



16. Wählen Sie mit X und den Cursortasten hoch v runter Δ die y_1' und y_2' Gleichung aus, sodass links ein Haken ist.



17. Gehen Sie mit den Cursortasten hoch X runter v auf die y_1' Gleichung, drücken Sie Style und stellen Sie **4:Thick** ein. Verfahren Sie analog mit y_2' .



18. Drücken Sie Axes und Stellen Sie Axes.....CUSTOM, X Axis .. y_1 und Y Axis .. y_2 ein.



19. Drücken Sie Format und dann **9:Format**. Achten Sie darauf, dass wenn Sie zu dem Phasenportae Richtungsfelder eingezeichnet bekommen möchten bei DGL's 1.Ordnung bei **Fields1:SLPFLD** eingestellt ist und bei DGL'S 2. Ordnung **Fields2:DIRFLD** eingestellt ist.

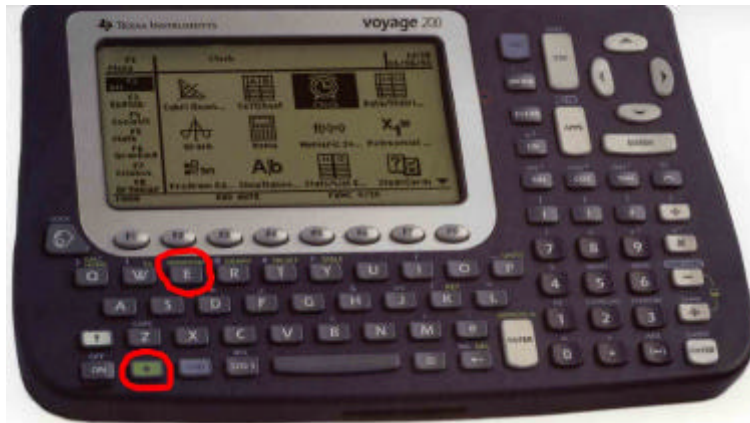
Unter **Solution Method** kann man zwischen Runge Kutta und Euler Verfahren wählen.

Übernehmen Sie folgende Einstellungen.

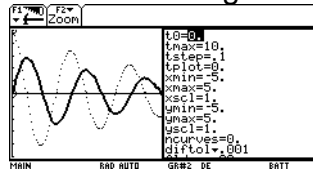


Bestätigen Sie mit \div .

20. Drücken Sie ∞ und dann \boxminus um die Fensterwerte einzustellen



. Übernehmen Sie nachfolgende Einstellungen.



21. Drücken Sie ∞ und dann $\%$ um das Phasenportae im rechten Fenster graphisch darzustellen.

