

## Algorithmen zur Erzeugung von Kaprekar- Konstanten

Autor : Dipl.- Ing. Josef Meiler ; Datum : März 2015

Vorab : Von dem indischen Mathematiker D. R. Kaprekar stammt folgender Zusammenhang :

a) man nimmt eine beliebige 4- stellige Zahl  $Z$  , bei der nicht alle Ziffern gleich sind.

b) Aus dieser Zahl  $Z$  bildet man durch Umordnung der Ziffern eine größte Zahl  $Z_1$ , und eine kleinste Zahl  $Z_2$ . Dann berechnet man eine neue Zahl aus der Differenz  $Z_1 - Z_2$ .

c) Dieser Vorgang wird wiederholt. Nach einigen Schritten landet man stets bei der Zahl 6174. Diese Zahl reproduziert sich bei weiteren Schritten selbst.

Beispiel :  $Z = 4732$  ( beliebige Startzahl mit 4 unterschiedlichen Ziffern ) :

$$\begin{aligned} &\rightarrow 7432 - 2347 = 5085 ; \rightarrow 8550 - 558 = 7992 ; \rightarrow 9972 - 2799 = 7173 ; \\ &\rightarrow 7731 - 1377 = 6354 ; \rightarrow 6543 - 3456 = 3087 ; \rightarrow 8730 - 378 = 8352 ; \\ &\rightarrow 8532 - 2358 = 6174 ; \rightarrow 7641 - 1467 = 6174 ; \end{aligned}$$

Die Kaprekar- Konstante für eine 4- stellige Zahl lautet somit : 6174 ;

Für 3- stellige Zahlen lautet die Kaprekar- Konstante : 495 ;

Beispiel :  $Z = 916$  ( beliebige Startzahl mit 3 unterschiedlichen Ziffern ) :

$$\rightarrow 961 - 169 = 792 ; \rightarrow 972 - 279 = 693 ; \rightarrow 963 - 369 = 594 ; \rightarrow 954 - 459 = 495 ;$$

Für folgende  $N$ - stellige Zahlen gibt es weitere Kaprekar- Konstanten ; Beispiele :

$N = 6$  : 549945 ; 631764 ; ( Anzahl = 2 )

$N = 8$  : 63317664 ; 97508421 ; ( Anzahl = 2 )

$N = 9$  : 554999445 ; 864197532 ; ( Anzahl = 2 )

$N = 10$  : 6333176664 ; 9753086421 ; 9975084201 ; ( Anzahl = 3 )

Für  $N \geq 6$  gilt : Die Kaprekar- Konstanten reproduzieren sich selbst ; man kann nicht von beliebigen Startzahlen ausgehen.

Beispiel :  $Z = 9975084201$  ;  $\rightarrow 9987542100 - 12457899 = 9975084201 = Z$  ;

Auf den folgenden Seiten sind 6 Algorithmen für Kaprekar- Konstanten mit  $N \geq 3$  Stellen angegeben, die sich selbst reproduzieren.

Diese Algorithmen decken wahrscheinlich nicht die Anzahl aller Kaprekar- Konstanten ab.

Unter Anwendung dieser 6 Algorithmen kann man auch die Anzahl der Kaprekar- Konstanten für  $N$ - stellige Zahlen mit Formeln berechnen.

## 1) Algorithmus 1

Kaprekar - Konstanten für Zahlen mit N Stellen, N durch 3 teilbar

Algorithmus 1 ( $N \geq 3$ ):  $(N/3 - 1) \cdot 5$ ; 49;  $(N/3 - 1) \cdot 9$ ;  $(N/3 - 1) \cdot 4$ ; 5

N		X
3	4 9 5	1
6	5 4 9 9 4 5	2
9	5 5 4 9 9 9 4 4 5	3
12	5 5 5 4 9 9 9 9 4 4 4 5	4
15	5 5 5 5 4 9 9 9 9 9 4 4 4 4 5	5
18	5 5 5 5 5 4 9 9 9 9 9 9 4 4 4 4 4 5	6
21	5 5 5 5 5 5 4 9 9 9 9 9 9 9 4 4 4 4 4 4 5	7

Es gilt folgender Algorithmus 1 :

1) man nehme die Zahlenfolge  $> 4 5 9 <$  X - mal ( $X \geq 1$ )

Diese Zahlenfolge ergibt X - mal nacheinander angereiht eine Startzahl, die nach nur einem Schritt ( größte minus kleinste Zahl ) stets zu einer Kaprekar - Konstanten führt.

Anzahl Stellen :  $N = 3 X$

Beispiel für  $X = 5$  :  $N = 15$

Startzahl : 4 5 9 4 5 9 4 5 9 4 5 9 4 5 9

größte Zahl : 9 9 9 9 9 5 5 5 5 5 4 4 4 4 4

kleinste Zahl : - 4 4 4 4 4 5 5 5 5 5 9 9 9 9 9

Kaprekar - Konstante

nach dem 1. Schritt : 5 5 5 5 4 9 9 9 9 9 4 4 4 4 5

## 2) Algorithmus 2

Kaprekar - Konstanten für Zahlen mit N Stellen, N gerade

Algorithmus 2 (  $N \geq 4$  ) :  $6 ; (N/2 - 2) * 3 ; 17 ; (N/2 - 2) * 6 ; 4$

N		X
4	6 1 7 4	0
6	6 3 1 7 6 4	1
8	6 3 3 1 7 6 6 4	2
10	6 3 3 3 1 7 6 6 6 4	3
12	6 3 3 3 3 1 7 6 6 6 6 4	4
14	6 3 3 3 3 3 1 7 6 6 6 6 6 4	5
16	6 3 3 3 3 3 3 1 7 6 6 6 6 6 6 4	6
18	6 3 3 3 3 3 3 3 1 7 6 6 6 6 6 6 6 4	7

Es gilt folgender Algorithmus 2 :

1) man nehme die Zahlenfolge  $> 1 4 6 7 <$  1 - mal

2) ... dann die Zahlenfolge  $> 3 6 <$  X - mal ( $X \geq 0$ )

Diese zwei Zahlenfolgen ergeben nacheinander angereiht eine Startzahl, die nach nur einem Schritt ( größte minus kleinste Zahl ) stets zu einer Kaprekar - Konstanten führt.

Anzahl Stellen :  $N = 2 * ( X + 2 )$

Beispiel für  $X = 7$  :  $N = 18$

Startzahl : 1 4 6 7 3 6 3 6 3 6 3 6 3 6 3 6 3 6

größte Zahl : 7 6 6 6 6 6 6 6 6 4 3 3 3 3 3 3 3 1

kleinste Zahl : - 1 3 3 3 3 3 3 3 4 6 6 6 6 6 6 6 6 7

Kaprekar - Konstante

nach dem 1. Schritt : 6 3 3 3 3 3 3 3 1 7 6 6 6 6 6 6 6 4

## 3) Algorithmus 3

Kaprekar - Konstanten für Zahlen mit N Stellen, N gerade  $\geq 8$

Es gilt folgender Algorithmus 3 :

- 1) man nehme die Zahlenfolge  $> 1\ 2\ 4\ 5\ 7\ 8 <$  X - mal ( $X \geq 1$ )
- 2) ... dann die Zahlenfolge  $> 9\ 0 <$  Y - mal ( $Y \geq 1$ )
- 3) ... dann die Zahlenfolge  $> 3\ 6 <$  Z - mal ( $Z \geq 0$ )

Diese drei Zahlenfolgen ergeben nacheinander angereiht eine Startzahl, die nach nur einem Schritt ( größte minus kleinste Zahl ) stets zu einer Kaprekar - Konstanten führt.

Anzahl Stellen :  $N = 2 * ( 3 X + Y + Z )$

Beispiel für  $X = 3; Y = 4; Z = 2$  :  $N = 30$

Startzahl :  $1\ 2\ 4\ 5\ 7\ 8\ 1\ 2\ 4\ 5\ 7\ 8\ 1\ 2\ 4\ 5\ 7\ 8\ 9\ 0\ 9\ 0\ 9\ 0\ 9\ 0\ 3\ 6\ 3\ 6$

größte Zahl Z1 :  $9\ 9\ 9\ 9\ 8\ 8\ 8\ 7\ 7\ 7\ 6\ 6\ 5\ 5\ 5\ 4\ 4\ 4\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0$

kleinste Zahl Z2 :  $- \quad 1\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3\ 4\ 4\ 4\ 5\ 5\ 5\ 6\ 6\ 7\ 7\ 7\ 8\ 8\ 8\ 9\ 9\ 9\ 9$

Kaprekar - Konstante :  $9\ 9\ 9\ 9\ 7\ 7\ 7\ 5\ 5\ 5\ 3\ 3\ 1\ 1\ 0\ 8\ 8\ 8\ 6\ 6\ 4\ 4\ 4\ 2\ 2\ 2\ 0\ 0\ 0\ 1$

Die Kontrolle im nächsten Schritt ergibt wieder die Zahlen Z1 und Z2.

Weitere Beispiele :

X	Y	Z	N	Kaprekar - Konstante
1	2	2	14	9 9 7 5 3 3 0 8 6 6 4 2 0 1
2	1	0	14	9 7 7 5 5 1 0 8 8 4 4 2 2 1
2	3	6	30	9 9 9 7 7 5 5 3 3 3 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 6 6 6 4 4 2 2 0 0 1
2	3	8	34	9 9 9 7 7 5 5 3 3 3 3 3 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 2 2 0 0 1
3	1	1	22	9 7 7 7 5 5 5 3 1 1 0 8 8 8 6 4 4 4 2 2 2 1
4	3	3	36	9 9 9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 3 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 6 6 4 4 4 4 2 2 2 2 0 0 1
5	1	3	38	9 7 7 7 7 7 5 5 5 5 5 3 3 3 1 1 1 1 0 8 8 8 8 8 6 6 6 4 4 4 4 4 2 2 2 2 2 1

Algorithmen 3.1, 3.2, 3.3, 3.4**Kaprekar - Konstanten für Zahlen mit N Stellen, N gerade**

**Algorithmus 3.1.1 (N >= 8):** 975 ; (N/2 - 4) \* 3 ; 08 ; (N/2 - 4) \* 6 ; 421

N		X Y Z
8	9 7 5 0 8 4 2 1	1 1 0
10	9 7 5 3 0 8 6 4 2 1	1 1 1
12	9 7 5 3 3 0 8 6 6 4 2 1	1 1 2
14	9 7 5 3 3 3 0 8 6 6 6 4 2 1	1 1 3
16	9 7 5 3 3 3 3 0 8 6 6 6 6 4 2 1	1 1 4
18	9 7 5 3 3 3 3 3 0 8 6 6 6 6 6 4 2 1	1 1 5
20	9 7 5 3 3 3 3 3 3 0 8 6 6 6 6 6 6 4 2 1	1 1 6

**Algorithmus 3.1.2 (N >= 10):** 9975 ; (N/2 - 5) \* 3 ; 08 ; (N/2 - 5) \* 6 ; 4201

N		X Y Z
10	9 9 7 5 0 8 4 2 0 1	1 2 0
12	9 9 7 5 3 0 8 6 4 2 0 1	1 2 1
14	9 9 7 5 3 3 0 8 6 6 4 2 0 1	1 2 2
16	9 9 7 5 3 3 3 0 8 6 6 6 4 2 0 1	1 2 3
18	9 9 7 5 3 3 3 3 0 8 6 6 6 6 4 2 0 1	1 2 4
20	9 9 7 5 3 3 3 3 3 0 8 6 6 6 6 6 4 2 0 1	1 2 5

**Algorithmus 3.1.3 (N >= 12):** 99975 ; (N/2 - 6) \* 3 ; 08 ; (N/2 - 6) \* 6 ; 42001

N		X Y Z
12	9 9 9 7 5 0 8 4 2 0 0 1	1 3 0
14	9 9 9 7 5 3 0 8 6 4 2 0 0 1	1 3 1
16	9 9 9 7 5 3 3 0 8 6 6 4 2 0 0 1	1 3 2
18	9 9 9 7 5 3 3 3 0 8 6 6 6 4 2 0 0 1	1 3 3
20	9 9 9 7 5 3 3 3 3 0 8 6 6 6 6 4 2 0 0 1	1 3 4

etc.

**Algorithmus 3.1.4 (N >= 14):** 999975 ; (N/2 - 7) \* 3 ; 08 ; (N/2 - 7) \* 6 ; 420001

**Algorithmus 3.1.5 (N >= 16):** 9999975 ; (N/2 - 8) \* 3 ; 08 ; (N/2 - 8) \* 6 ; 4200001

**Algorithmus 3.1.6 (N >= 18):** 99999975 ; (N/2 - 9) \* 3 ; 08 ; (N/2 - 9) \* 6 ; 42000001

## Kaprekar - Konstanten für Zahlen mit N Stellen, N gerade

Algorithmus 3.2.1 ( $N \geq 14$ ): 97755;  $(N/2 - 7) * 3$ ; 1088;  $(N/2 - 7) * 6$ ; 44221

N		X Y Z
14	9 7 7 5 5 1 0 8 8 4 4 2 2 1	2 1 0
16	9 7 7 5 5 3 1 0 8 8 6 4 4 2 2 1	2 1 1
18	9 7 7 5 5 3 3 1 0 8 8 6 6 4 4 2 2 1	2 1 2
20	9 7 7 5 5 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 4 4 2 2 1	2 1 3
22	9 7 7 5 5 3 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 6 4 4 2 2 1	2 1 4
24	9 7 7 5 5 3 3 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 6 6 4 4 2 2 1	2 1 5
26	9 7 7 5 5 3 3 3 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 6 6 6 4 4 2 2 1	2 1 6

Algorithmus 3.2.2 ( $N \geq 16$ ): 997755;  $(N/2 - 8) * 3$ ; 1088;  $(N/2 - 8) * 6$ ; 442201

N		X Y Z
16	9 9 7 7 5 5 1 0 8 8 4 4 2 2 0 1	2 2 0
18	9 9 7 7 5 5 3 1 0 8 8 6 4 4 2 2 0 1	2 2 1
20	9 9 7 7 5 5 3 3 1 0 8 8 6 6 4 4 2 2 0 1	2 2 2
22	9 9 7 7 5 5 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 4 4 2 2 0 1	2 2 3
24	9 9 7 7 5 5 3 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 6 4 4 2 2 0 1	2 2 4
26	9 9 7 7 5 5 3 3 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 6 6 4 4 2 2 0 1	2 2 5

Algorithmus 3.2.3 ( $N \geq 18$ ): 9997755;  $(N/2 - 9) * 3$ ; 1088;  $(N/2 - 9) * 6$ ; 4422001

N		X Y Z
18	9 9 9 7 7 5 5 1 0 8 8 4 4 2 2 0 0 1	2 3 0
20	9 9 9 7 7 5 5 3 1 0 8 8 6 4 4 2 2 0 0 1	2 3 1
22	9 9 9 7 7 5 5 3 3 1 0 8 8 6 6 4 4 2 2 0 0 1	2 3 2
24	9 9 9 7 7 5 5 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 4 4 2 2 0 0 1	2 3 3
26	9 9 9 7 7 5 5 3 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 6 4 4 2 2 0 0 1	2 3 4

etc.

Algorithmus 3.2.4 ( $N \geq 20$ ): 99997755;  $(N/2 - 10) * 3$ ; 1088;  $(N/2 - 10) * 6$ ; 44220001

Algorithmus 3.2.5 ( $N \geq 22$ ): 999997755;  $(N/2 - 11) * 3$ ; 1088;  $(N/2 - 11) * 6$ ; 442200001

Algorithmus 3.2.6 ( $N \geq 24$ ): 9999997755;  $(N/2 - 12) * 3$ ; 1088;  $(N/2 - 12) * 6$ ; 4422000001

## Kaprekar - Konstanten für Zahlen mit N Stellen, N gerade

Algorithmus 3.3.1 ( $N \geq 20$ ): 9777555;  $(N/2 - 10) * 3$ ; 110888;  $(N/2 - 10) * 6$ ; 4442221

N		X Y Z
20	9 7 7 7 5 5 5 1 1 0 8 8 8 4 4 4 2 2 2 1	3 1 0
22	9 7 7 7 5 5 5 3 1 1 0 8 8 8 6 4 4 4 2 2 2 1	3 1 1
24	9 7 7 7 5 5 5 3 3 1 1 0 8 8 8 6 6 4 4 4 2 2 2 1	3 1 2
26	9 7 7 7 5 5 5 3 3 3 1 1 0 8 8 8 6 6 6 4 4 4 2 2 2 1	3 1 3
28	9 7 7 7 5 5 5 3 3 3 3 1 1 0 8 8 8 6 6 6 6 4 4 4 2 2 2 1	3 1 4
30	9 7 7 7 5 5 5 3 3 3 3 3 1 1 0 8 8 8 6 6 6 6 6 4 4 4 2 2 2 1	3 1 5
32	9 7 7 7 5 5 5 3 3 3 3 3 3 1 1 0 8 8 8 6 6 6 6 6 6 4 4 4 2 2 2 1	3 1 6

Algorithmus 3.3.2 ( $N \geq 22$ ): 99777555;  $(N/2 - 11) * 3$ ; 110888;  $(N/2 - 11) * 6$ ; 44422201

N		X Y Z
22	9 9 7 7 7 5 5 5 1 1 0 8 8 8 4 4 4 2 2 2 0 1	3 2 0
24	9 9 7 7 7 5 5 5 3 1 1 0 8 8 8 6 4 4 4 2 2 2 0 1	3 2 1
26	9 9 7 7 7 5 5 5 3 3 1 1 0 8 8 8 6 6 4 4 4 2 2 2 0 1	3 2 2
28	9 9 7 7 7 5 5 5 3 3 3 1 1 0 8 8 8 6 6 6 4 4 4 2 2 2 0 1	3 2 3
30	9 9 7 7 7 5 5 5 3 3 3 3 1 1 0 8 8 8 6 6 6 6 4 4 4 2 2 2 0 1	3 2 4
32	9 9 7 7 7 5 5 5 3 3 3 3 3 1 1 0 8 8 8 6 6 6 6 6 4 4 4 2 2 2 0 1	3 2 5

Algorithmus 3.3.3 ( $N \geq 24$ ): 999777555;  $(N/2 - 12) * 3$ ; 110888;  $(N/2 - 12) * 6$ ; 444222001

N		X Y Z
24	9 9 9 7 7 7 5 5 5 1 1 0 8 8 8 4 4 4 2 2 2 0 0 1	3 3 0
26	9 9 9 7 7 7 5 5 5 3 1 1 0 8 8 8 6 4 4 4 2 2 2 0 0 1	3 3 1
28	9 9 9 7 7 7 5 5 5 3 3 1 1 0 8 8 8 6 6 4 4 4 2 2 2 0 0 1	3 3 2
30	9 9 9 7 7 7 5 5 5 3 3 3 1 1 0 8 8 8 6 6 6 4 4 4 2 2 2 0 0 1	3 3 3
32	9 9 9 7 7 7 5 5 5 3 3 3 3 1 1 0 8 8 8 6 6 6 6 4 4 4 2 2 2 0 0 1	3 3 4

etc.

Alg. ( $N \geq 26$ ): 9999777555;  $(N/2 - 13) * 3$ ; 110888;  $(N/2 - 13) * 6$ ; 4442220001

Alg. ( $N \geq 28$ ): 99999777555;  $(N/2 - 14) * 3$ ; 110888;  $(N/2 - 14) * 6$ ; 44422200001

Alg. ( $N \geq 30$ ): 999999777555;  $(N/2 - 15) * 3$ ; 110888;  $(N/2 - 15) * 6$ ; 444222000001

## Kaprekar - Konstanten für Zahlen mit N Stellen, N gerade

Alg. 3.4.1 (  $N \geq 26$  ) : 977775557 ;  $(N/2 - 13) * 3$  ; 11108888 ;  $(N/2 - 13) * 6$  ; 444422221

N		X Y Z
26	9 7 7 7 7 5 5 5 5 1 1 1 0 8 8 8 8 4 4 4 4 2 2 2 2 1	4 1 0
28	9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 4 4 4 4 2 2 2 2 1	4 1 1
30	9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 6 4 4 4 4 2 2 2 2 1	4 1 2
32	9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 3 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 6 6 4 4 4 4 2 2 2 2 1	4 1 3
34	9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 3 3 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 6 6 6 4 4 4 4 2 2 2 2 1	4 1 4
36	9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 3 3 3 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 6 6 6 6 4 4 4 4 2 2 2 2 1	.. ..
38	9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 3 3 3 3 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 6 6 6 6 6 4 4 4 4 2 2 2 2 1	..

Alg. 3.4.2 (  $N \geq 28$  ) : 997775557 ;  $(N/2 - 14) * 3$  ; 11108888 ;  $(N/2 - 14) * 6$  ; 4444222201

N		X Y Z
28	9 9 7 7 7 7 5 5 5 5 1 1 1 0 8 8 8 8 4 4 4 4 2 2 2 2 0 1	4 2 0
30	9 9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 4 4 4 4 2 2 2 2 0 1	4 2 1
32	9 9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 6 4 4 4 4 2 2 2 2 0 1	4 2 2
34	9 9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 3 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 6 6 4 4 4 4 2 2 2 2 0 1	4 2 3
36	9 9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 3 3 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 6 6 6 4 4 4 4 2 2 2 2 0 1	.. ..
38	9 9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 3 3 3 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 6 6 6 6 6 4 4 4 4 2 2 2 2 0 1	..

Alg. 3.4.3 (  $N \geq 30$  ) : 9997775557 ;  $(N/2 - 15) * 3$  ; 11108888 ;  $(N/2 - 15) * 6$  ; 44442222001

N		X Y Z
30	9 9 9 7 7 7 7 5 5 5 5 1 1 1 0 8 8 8 8 4 4 4 4 2 2 2 2 0 0 1	4 3 0
32	9 9 9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 4 4 4 4 2 2 2 2 0 0 1	4 3 1
34	9 9 9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 6 4 4 4 4 2 2 2 2 0 0 1	4 3 2
36	9 9 9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 3 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 6 6 4 4 4 4 2 2 2 2 0 0 1	.. ..
38	9 9 9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 3 3 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 6 6 6 6 4 4 4 4 2 2 2 2 0 0 1	..

etc.

Alg. (  $N \geq 32$  ) : 99997775557 ;  $(N/2 - 16) * 3$  ; 11108888 ;  $(N/2 - 16) * 6$  ; 444422220001Alg. (  $N \geq 34$  ) : 999997775557 ;  $(N/2 - 17) * 3$  ; 11108888 ;  $(N/2 - 17) * 6$  ; 4444222200001Alg. (  $N \geq 36$  ) : 9999997775557 ;  $(N/2 - 18) * 3$  ; 11108888 ;  $(N/2 - 18) * 6$  ; 44442222000001



## 4) Algorithmus 4

Kaprekar - Konstanten für Zahlen mit N Stellen,  $N \geq 9$

Es gilt folgender Algorithmus 4 :

1) man nehme die Zahlenfolge  $> 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 <$  X - mal ( $X \geq 1$ )

2) ... dann die Zahlenfolge  $> 3\ 6 <$  Y - mal ( $Y \geq 0$ )

Diese zwei Zahlenfolgen ergeben nacheinander angereiht eine Startzahl, die nach nur einem Schritt ( größte minus kleinste Zahl ) stets zu einer Kaprekar - Konstanten führt.

Anzahl Stellen :  $N = 9 X + 2 Y$

Beispiel für  $X = 3; Y = 2$  :  $N = 31$

Startzahl :  $1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 3\ 6\ 3\ 6$

größte Zahl Z1 :  $9\ 9\ 9\ 8\ 8\ 8\ 7\ 7\ 7\ 6\ 6\ 6\ 6\ 6\ 5\ 5\ 5\ 4\ 4\ 4\ 3\ 3\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 1\ 1\ 1$

kleinste Zahl Z2 :  $- 1\ 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3\ 3\ 4\ 4\ 4\ 5\ 5\ 5\ 6\ 6\ 6\ 6\ 7\ 7\ 7\ 8\ 8\ 8\ 9\ 9\ 9$

Kaprekar - Konstante :  $8\ 8\ 8\ 6\ 6\ 6\ 4\ 4\ 4\ 3\ 3\ 2\ 2\ 1\ 9\ 9\ 9\ 7\ 7\ 7\ 6\ 6\ 5\ 5\ 5\ 3\ 3\ 3\ 1\ 1\ 2$

Die Kontrolle im nächsten Schritt ergibt wieder die Zahlen Z1 und Z2.

Weitere Beispiele :

X Y N Kaprekar - Konstante

1 2 13 8 6 4 3 3 1 9 7 6 6 5 3 2

1 4 17 8 6 4 3 3 3 3 1 9 7 6 6 6 6 5 3 2

1 10 29 8 6 4 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 1 9 7 6 6 6 6 6 6 6 6 5 3 2

1 14 37 8 6 4 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 1 9 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 5 3 2

2 0 18 8 8 6 6 4 4 2 1 9 9 7 7 5 5 3 3 1 2

2 7 32 8 8 6 6 4 4 3 3 3 3 3 3 2 1 9 9 7 7 6 6 6 6 6 6 5 5 3 3 1 2

3 1 29 8 8 8 6 6 6 4 4 4 3 2 2 1 9 9 9 7 7 7 6 5 5 5 3 3 3 1 1 2

3 5 37 8 8 8 6 6 6 4 4 4 3 3 3 3 2 2 1 9 9 9 7 7 7 6 6 6 6 6 5 5 5 3 3 3 1 1 2

Algorithmen 4.1, 4.2, 4.3

## Kaprekar - Konstanten für Zahlen mit N Stellen, N ungerade / gerade

Alg. 4.1 (  $N \geq 9$  ): 864;  $(N/2 - 9/2) * 3$ ; 197;  $(N/2 - 9/2) * 6$ ; 532

N		X Y
9	8 6 4 1 9 7 5 3 2	1 0
11	8 6 4 3 1 9 7 6 5 3 2	1 1
13	8 6 4 3 3 1 9 7 6 6 5 3 2	1 2
15	8 6 4 3 3 3 1 9 7 6 6 6 5 3 2	1 3
17	8 6 4 3 3 3 3 1 9 7 6 6 6 6 5 3 2	1 4
19	8 6 4 3 3 3 3 3 1 9 7 6 6 6 6 6 5 3 2	1 5

Alg. 4.2 (  $N \geq 18$  ): 886644;  $(N/2 - 9) * 3$ ; 219977;  $(N/2 - 9) * 6$ ; 553312

N		X Y
18	8 8 6 6 4 4 2 1 9 9 7 7 5 5 3 3 1 2	2 0
20	8 8 6 6 4 4 3 2 1 9 9 7 7 6 5 5 3 3 1 2	2 1
22	8 8 6 6 4 4 3 3 2 1 9 9 7 7 6 6 5 5 3 3 1 2	2 2
24	8 8 6 6 4 4 3 3 3 2 1 9 9 7 7 6 6 6 5 5 3 3 1 2	2 3
26	8 8 6 6 4 4 3 3 3 3 2 1 9 9 7 7 6 6 6 6 5 5 3 3 1 2	2 4
28	8 8 6 6 4 4 3 3 3 3 3 2 1 9 9 7 7 6 6 6 6 6 5 5 3 3 1 2	2 5

Alg. 4.3 (  $N \geq 27$  ): 888666444;  $(N/2 - 27/2) * 3$ ; 221999777;  $(N/2 - 27/2) * 6$ ; 555333112

N		X Y
27	8 8 8 6 6 6 4 4 4 2 2 1 9 9 9 7 7 7 5 5 5 3 3 3 1 1 2	3 0
29	8 8 8 6 6 6 4 4 4 3 2 2 1 9 9 9 7 7 7 6 5 5 5 3 3 3 1 1 2	3 1
31	8 8 8 6 6 6 4 4 4 3 3 2 2 1 9 9 9 7 7 7 6 6 5 5 5 3 3 3 1 1 2	3 2
33	8 8 8 6 6 6 4 4 4 3 3 3 2 2 1 9 9 9 7 7 7 6 6 6 5 5 5 3 3 3 1 1 2	3 3
35	8 8 8 6 6 6 4 4 4 3 3 3 3 2 2 1 9 9 9 7 7 7 6 6 6 6 5 5 5 3 3 3 1 1 2	3 4
37	8 8 8 6 6 6 4 4 4 3 3 3 3 3 2 2 1 9 9 9 7 7 7 6 6 6 6 6 5 5 5 3 3 3 1 1 2	3 5

etc.

5) Algorithmus 5

Kaprekar - Konstanten für Zahlen mit N Stellen,  $N \geq 17$

Es gilt folgender Algorithmus 5 ( aus Kombination von Alg. 3 und 4 ) :

- 1) man nehme die Zahlenfolge  $> 1 2 3 4 5 6 7 8 9 <$  X - mal ( $X \geq 1$ )
- 2) ... dann die Zahlenfolge  $> 1 2 4 5 7 8 <$  Y - mal ( $Y \geq 1$ )
- 3) ... dann die Zahlenfolge  $> 9 0 <$  Z - mal ( $Z \geq 1$ )
- 4) ... dann die Zahlenfolge  $> 3 6 <$  W - mal ( $W \geq 0$ )

Diese vier Zahlenfolgen ergeben nacheinander angereiht eine Startzahl, die nach nur einem Schritt ( größte minus kleinste Zahl ) stets zu einer Kaprekar - Konstanten führt.

Anzahl Stellen :  $N = 9 X + 6 Y + 2 Z + 2 W$

Beispiel für  $X = 1; Y = 1; Z = 3, W = 4$  :  $N = 29$

Startzahl :  $1 2 3 4 5 6 7 8 9 1 2 4 5 7 8 9 0 9 0 9 0 3 6 3 6 3 6 3 6$   
 größte Zahl Z1 :  $9 9 9 9 8 8 7 7 6 6 6 6 6 5 5 4 4 3 3 3 3 3 2 2 1 1 0 0 0$   
 kleinste Zahl Z2 :  $- 1 1 2 2 3 3 3 3 4 4 5 5 6 6 6 6 6 7 7 8 8 9 9 9 9$   
 Kaprekar - Konstante :  $9 9 9 8 7 6 5 4 3 3 3 3 2 0 9 8 7 6 6 6 6 5 4 3 2 1 0 0 1$

Die Kontrolle im nächsten Schritt ergibt wieder die Zahlen Z1 und Z2.

Weitere Beispiele :

X	Y	Z	W	N	Kaprekar - Konstante
1	1	1	0	17	9 8 7 6 5 4 2 0 9 8 7 5 4 3 2 1 1
1	1	1	1	19	9 8 7 6 5 4 3 2 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1 1
1	1	2	3	25	9 9 8 7 6 5 4 3 3 3 2 0 9 8 7 6 6 6 5 4 3 2 1 0 1
1	3	1	1	31	9 8 7 7 7 6 5 5 5 4 3 2 1 1 0 9 8 8 8 7 6 5 4 4 4 3 2 2 2 1 1
1	4	1	1	37	9 8 7 7 7 7 6 5 5 5 5 4 3 2 1 1 1 0 9 8 8 8 8 7 6 5 4 4 4 4 3 2 2 2 2 1 1
2	1	3	1	32	9 9 9 8 8 7 6 6 5 4 4 3 2 2 0 9 9 8 7 7 6 5 5 4 3 3 2 1 1 0 0 1

Beispiel 1 ( Anwendung Alg. 1 bis Alg. 5 )**Kaprekar - Konstanten für Zahlen mit N = 30 Stellen ( Anzahl A = 36 )**

TABELLE1

Algor.	X	Y	Z	W		A
1	10				5 5 5 5 5 5 5 5 5 4 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 5	1
2	13				6 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 1 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4	1
3.1.1	1	1	11		9 7 5 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 0 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 2 1	12
3.1.2	1	2	10		9 9 7 5 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 0 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 2 0 1	
3.1.3	1	3	9		9 9 9 7 5 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 0 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 2 0 0 1	
3.1.4	1	4	8		9 9 9 9 7 5 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 0 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 2 0 0 0 1	
3.1.5	1	5	7		9 9 9 9 9 7 5 3 3 3 3 3 3 3 3 3 0 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 2 0 0 0 0 1	
3.1.6	1	6	6		9 9 9 9 9 9 7 5 3 3 3 3 3 3 3 3 0 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 2 0 0 0 0 0 1	
3.1.7	1	7	5		9 9 9 9 9 9 9 7 5 3 3 3 3 3 3 3 0 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 2 0 0 0 0 0 0 1	
3.1.8	1	8	4		9 9 9 9 9 9 9 9 7 5 3 3 3 3 3 3 0 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 2 0 0 0 0 0 0 0 1	
3.1.9	1	9	3		9 9 9 9 9 9 9 9 9 7 5 3 3 3 3 3 0 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 2 0 0 0 0 0 0 0 0 1	
3.1.10	1	10	2		9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 7 5 3 3 3 3 0 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1	
3.1.11	1	11	1		9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 7 5 3 3 3 0 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1	
3.1.12	1	12	0		9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 7 5 3 3 0 8 4 2 0 1	
3.2.1	2	1	8		9 7 7 5 5 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 2 2 1	9
3.2.2	2	2	7		9 9 7 7 5 5 3 3 3 3 3 3 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 2 2 0 1	
3.2.3	2	3	6		9 9 9 7 7 5 5 3 3 3 3 3 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 2 2 0 0 1	
3.2.4	2	4	5		9 9 9 9 7 7 5 5 3 3 3 3 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 2 2 0 0 0 1	
3.2.5	2	5	4		9 9 9 9 9 7 7 5 5 3 3 3 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 2 2 0 0 0 0 1	
3.2.6	2	6	3		9 9 9 9 9 9 7 7 5 5 3 3 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 2 2 0 0 0 0 0 1	
3.2.7	2	7	2		9 9 9 9 9 9 9 7 7 5 5 3 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 2 2 0 0 0 0 0 0 1	
3.2.8	2	8	1		9 9 9 9 9 9 9 9 7 7 5 5 3 3 3 1 0 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 2 2 0 0 0 0 0 0 0 1	
3.2.9	2	9	0		9 9 9 9 9 9 9 9 9 7 7 5 5 3 3 1 0 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 2 2 0 0 0 0 0 0 0 0 1	
3.3.1	3	1	5		9 7 7 7 5 5 5 3 3 3 3 3 3 3 1 1 0 8 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 4 2 2 2 1	6
3.3.2	3	2	4		9 9 7 7 7 5 5 5 3 3 3 3 3 3 1 1 0 8 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 4 2 2 2 0 1	
3.3.3	3	3	3		9 9 9 7 7 7 5 5 5 3 3 3 3 3 1 1 0 8 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 4 2 2 2 0 0 1	
3.3.4	3	4	2		9 9 9 9 7 7 7 5 5 5 3 3 3 3 1 1 0 8 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 4 2 2 2 0 0 0 1	
3.3.5	3	5	1		9 9 9 9 9 7 7 7 5 5 5 3 3 3 1 1 0 8 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 4 2 2 2 0 0 0 0 1	
3.3.6	3	6	0		9 9 9 9 9 9 7 7 7 5 5 5 3 3 1 1 0 8 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 4 2 2 2 0 0 0 0 0 1	
3.4.1	4	1	2		9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 3 3 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 4 4 2 2 2 2 1	3
3.4.2	4	2	1		9 9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 3 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 4 4 2 2 2 2 0 1	
3.4.3	4	3	0		9 9 9 7 7 7 7 5 5 5 5 3 3 1 1 1 0 8 8 8 8 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 4 4 4 4 2 2 2 2 0 0 1	
4.2	2	6			8 8 6 6 4 4 3 3 3 3 3 3 3 2 1 9 9 7 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 5 5 3 3 1 2	1
5.2.1.1	2	1	1	2	9 8 8 7 6 6 5 4 4 3 3 2 2 0 9 9 8 7 7 6 6 5 5 4 3 3 2 1 1 1 1	3
5.2.1.2	2	1	2	1	9 9 8 8 7 6 6 5 4 4 3 2 2 0 9 9 8 7 7 6 5 5 4 3 3 2 1 1 0 1	
5.2.1.3	2	1	3	0	9 9 9 8 8 7 6 6 5 4 4 2 2 0 9 9 8 7 7 5 5 4 3 3 2 1 1 0 0 1	

Beispiel 2 ( Anwendung Alg. 1 bis Alg. 5 )

Kaprekar - Konstanten für Zahlen mit N = 39 Stellen ( Anzahl A = 36 )

TABELLE2

Algor.	X	Y	Z	W	
1	13				5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 4 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 5
4.1	1	15			8 6 4 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 1 9 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 5 3 2
4.3	3	6			8 8 8 6 6 6 4 4 4 3 3 3 3 3 3 2 2 1 9 9 9 7 7 7 6 6 6 6 6 6 6 5 5 5 3 3 3 1 1 2
5.1.1.1	1	1	1	11	9 8 7 6 5 4 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 2 0 9 8 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 5 4 3 2 1 1
5.1.1.2	1	1	2	10	9 9 8 7 6 5 4 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 2 0 9 8 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 5 4 3 2 1 0 1
5.1.1.3	1	1	3	9	9 9 9 8 7 6 5 4 3 3 3 3 3 3 3 3 3 2 0 9 8 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 5 4 3 2 1 0 0 1
5.1.1.4	1	1	4	8	9 9 9 9 8 7 6 5 4 3 3 3 3 3 3 3 3 2 0 9 8 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 5 4 3 2 1 0 0 0 1
5.1.1.5	1	1	5	7	9 9 9 9 9 8 7 6 5 4 3 3 3 3 3 3 3 2 0 9 8 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 5 4 3 2 1 0 0 0 0 1
5.1.1.6	1	1	6	6	9 9 9 9 9 9 8 7 6 5 4 3 3 3 3 3 3 2 0 9 8 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 5 4 3 2 1 0 0 0 0 0 1
5.1.1.7	1	1	7	5	9 9 9 9 9 9 9 8 7 6 5 4 3 3 3 3 3 2 0 9 8 7 6 6 6 6 6 6 6 5 4 3 2 1 0 0 0 0 0 0 1
5.1.1.8	1	1	8	4	9 9 9 9 9 9 9 9 8 7 6 5 4 3 3 3 3 2 0 9 8 7 6 6 6 6 6 5 4 3 2 1 0 0 0 0 0 0 0 1
5.1.1.9	1	1	9	3	9 9 9 9 9 9 9 9 9 8 7 6 5 4 3 3 3 2 0 9 8 7 6 6 6 6 5 4 3 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
5.1.1.10	1	1	10	2	9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 8 7 6 5 4 3 3 2 0 9 8 7 6 6 5 4 3 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
5.1.1.11	1	1	11	1	9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 8 7 6 5 4 3 2 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
5.1.1.12	1	1	12	0	9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 8 7 6 5 4 2 0 9 8 7 5 4 3 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
5.1.2.1	1	2	1	8	9 8 7 7 6 5 5 4 3 3 3 3 3 3 3 3 2 1 0 9 8 8 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 5 4 4 3 2 2 1 1
5.1.2.2	1	2	2	7	9 9 8 7 7 6 5 5 4 3 3 3 3 3 3 3 2 1 0 9 8 8 7 6 6 6 6 6 6 6 6 6 5 4 4 3 2 2 1 0 1
5.1.2.3	1	2	3	6	9 9 9 8 7 7 6 5 5 4 3 3 3 3 3 3 2 1 0 9 8 8 7 6 6 6 6 6 6 6 5 4 4 3 2 2 1 0 0 1
5.1.2.4	1	2	4	5	9 9 9 9 8 7 7 6 5 5 4 3 3 3 3 3 2 1 0 9 8 8 7 6 6 6 6 6 6 5 4 4 3 2 2 1 0 0 0 1
5.1.2.5	1	2	5	4	9 9 9 9 9 8 7 7 6 5 5 4 3 3 3 3 2 1 0 9 8 8 7 6 6 6 6 6 5 4 4 3 2 2 1 0 0 0 0 1
5.1.2.6	1	2	6	3	9 9 9 9 9 9 8 7 7 6 5 5 4 3 3 3 2 1 0 9 8 8 7 6 6 6 6 5 4 4 3 2 2 1 0 0 0 0 0 1
5.1.2.7	1	2	7	2	9 9 9 9 9 9 9 8 7 7 6 5 5 4 3 3 2 1 0 9 8 8 7 6 6 5 4 4 3 2 2 1 0 0 0 0 0 0 1
5.1.2.8	1	2	8	1	9 9 9 9 9 9 9 9 8 7 7 6 5 5 4 3 2 1 0 9 8 8 7 6 5 4 4 3 2 2 1 0 0 0 0 0 0 0 1
5.1.2.9	1	2	9	0	9 9 9 9 9 9 9 9 9 8 7 7 6 5 5 4 2 1 0 9 8 8 7 5 4 4 3 2 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
5.1.3.1	1	3	1	5	9 8 7 7 7 6 5 5 5 4 3 3 3 3 3 2 1 1 0 9 8 8 8 7 6 6 6 6 6 5 4 4 4 3 2 2 2 1 1
5.1.3.2	1	3	2	4	9 9 8 7 7 7 6 5 5 5 4 3 3 3 3 2 1 1 0 9 8 8 8 7 6 6 6 6 5 4 4 4 3 2 2 2 1 0 1
5.1.3.3	1	3	3	3	9 9 9 8 7 7 7 6 5 5 5 4 3 3 3 2 1 1 0 9 8 8 8 7 6 6 6 5 4 4 4 3 2 2 2 1 0 0 1
5.1.3.4	1	3	4	2	9 9 9 9 8 7 7 7 6 5 5 5 4 3 3 2 1 1 0 9 8 8 8 7 6 6 6 5 4 4 4 3 2 2 2 1 0 0 0 1
5.1.3.5	1	3	5	1	9 9 9 9 9 8 7 7 7 6 5 5 5 4 3 2 1 1 0 9 8 8 8 7 6 5 4 4 4 3 2 2 2 1 0 0 0 0 1
5.1.3.6	1	3	6	0	9 9 9 9 9 9 8 7 7 7 6 5 5 5 4 2 1 1 0 9 8 8 8 7 5 4 4 4 3 2 2 2 1 0 0 0 0 0 1
5.1.4.1	1	4	1	2	9 8 7 7 7 7 6 5 5 5 5 4 3 3 2 1 1 1 0 9 8 8 8 8 7 6 6 5 4 4 4 4 3 2 2 2 2 1 1
5.1.4.2	1	4	2	1	9 9 8 7 7 7 7 6 5 5 5 5 4 3 2 1 1 1 0 9 8 8 8 8 7 6 5 4 4 4 4 3 2 2 2 2 1 0 1
5.1.4.3	1	4	3	0	9 9 9 8 7 7 7 7 6 5 5 5 5 4 2 1 1 1 0 9 8 8 8 8 7 5 4 4 4 4 3 2 2 2 2 1 0 0 1
5.3.1.1	3	1	1	2	9 8 8 8 7 6 6 6 5 4 4 4 3 3 2 2 2 0 9 9 9 8 7 7 7 6 6 5 5 5 4 3 3 3 2 1 1 1 1
5.3.1.2	3	1	2	1	9 9 8 8 8 7 6 6 6 5 4 4 4 3 2 2 2 0 9 9 9 8 7 7 7 6 5 5 5 4 3 3 3 2 1 1 1 0 1
5.3.1.3	3	1	3	0	9 9 9 8 8 8 7 6 6 6 5 4 4 4 2 2 2 0 9 9 9 8 7 7 7 5 5 5 4 3 3 3 2 1 1 1 0 0 1

## Beispiel 3 ( Anwendung Alg. 1 bis Alg. 5 )

## Kaprekar - Konstanten

TABELLE3

Anzahl Stellen	Kaprekar - Konstanten	Algorithmus	X	Y	Z	W	Anzahl Konstanten
3	4 9 5	1	1				1
4	6 . 1 7 4	2	0				1
5	keine	kein					0
6	5 4 9 . 9 4 5	1	2				2
	6 3 1 . 7 6 4	2	1				
7	keine	kein					0
8	6 3 . 3 1 7 . 6 6 4	2	2				2
	9 7 . 5 0 8 . 4 2 1	3.1.1	1	1	0		
9	5 5 4 . 9 9 9 . 4 4 5	1	3				2
	8 6 4 . 1 9 7 . 5 3 2	4.1	1	0			
10	6 . 3 3 3 . 1 7 6 . 6 6 4	2	3				3
	9 . 7 5 3 . 0 8 6 . 4 2 1	3.1.1	1	1	1		
	9 . 9 7 5 . 0 8 4 . 2 0 1	3.1.2	1	2	0		
11	8 6 . 4 3 1 . 9 7 6 . 5 3 2	4.1	1	1			1
12	5 5 5 . 4 9 9 . 9 9 4 . 4 4 5	1	4				5
	6 3 3 . 3 3 1 . 7 6 6 . 6 6 4	2	4				
	9 7 5 . 3 3 0 . 8 6 6 . 4 2 1	3.1.1	1	1	2		
	9 9 7 . 5 3 0 . 8 6 4 . 2 0 1	3.1.2	1	2	1		
13	8 . 6 4 3 . 3 1 9 . 7 6 6 . 5 3 2	4.1	1	2			1
	6 3 . 3 3 3 . 3 1 7 . 6 6 6 . 6 6 4	2	5				
	9 7 . 5 3 3 . 3 0 8 . 6 6 6 . 4 2 1	3.1.1	1	1	3		
14	9 9 . 7 5 3 . 3 0 8 . 6 6 4 . 2 0 1	3.1.2	1	2	2		6
	9 9 . 9 7 5 . 3 0 8 . 6 4 2 . 0 0 1	3.1.3	1	3	1		
	9 9 . 9 9 7 . 5 0 8 . 4 2 0 . 0 0 1	3.1.4	1	4	0		
	9 7 . 7 5 5 . 1 0 8 . 8 4 4 . 2 2 1	3.2.1	2	1	0		
	5 5 5 . 5 4 9 . 9 9 9 . 9 4 4 . 4 4 5	1	5				
16	8 6 4 . 3 3 3 . 1 9 7 . 6 6 6 . 5 3 2	4.1	1	3			8
	6 . 3 3 3 . 3 3 3 . 1 7 6 . 6 6 6 . 6 6 4	2	6				
	9 . 7 5 3 . 3 3 3 . 0 8 6 . 6 6 6 . 4 2 1	3.1.1	1	1	4		
	9 . 9 7 5 . 3 3 3 . 0 8 6 . 6 4 4 . 2 0 1	3.1.2	1	2	3		
	9 . 9 9 7 . 5 3 3 . 0 8 6 . 6 4 2 . 0 0 1	3.1.3	1	3	2		
	9 . 9 9 9 . 7 5 3 . 0 8 6 . 4 2 0 . 0 0 1	3.1.4	1	4	1		
	9 . 9 9 9 . 9 7 5 . 0 8 4 . 2 0 0 . 0 0 1	3.1.5	1	5	0		
	9 . 7 7 5 . 5 3 1 . 0 8 8 . 6 4 4 . 2 2 1	3.2.1	2	1	1		
9 . 9 7 7 . 5 5 1 . 0 8 8 . 4 4 2 . 2 0 1	3.2.2	2	2	0			
17	8 6 . 4 3 3 . 3 3 1 . 9 7 6 . 6 6 6 . 5 3 2	4.1	1	4			2
	9 8 . 7 6 5 . 4 2 0 . 9 8 7 . 5 4 3 . 2 1 1	5.1.1.1	1	1	1	0	
18	5 5 5 . 5 5 4 . 9 9 9 . 9 9 9 . 4 4 4 . 4 4 5	1	6				12
	6 3 3 . 3 3 3 . 3 3 1 . 7 6 6 . 6 6 6 . 6 6 4	2	7				
	9 7 5 . 3 3 3 . 3 3 0 . 8 6 6 . 6 6 6 . 4 2 1	3.1.1	1	1	5		
	9 9 7 . 5 3 3 . 3 3 0 . 8 6 6 . 6 6 4 . 2 0 1	3.1.2	1	2	4		
	9 9 9 . 7 5 3 . 3 3 0 . 8 6 6 . 6 4 2 . 0 0 1	3.1.3	1	3	3		
	9 9 9 . 9 7 5 . 3 3 0 . 8 6 6 . 4 2 0 . 0 0 1	3.1.4	1	4	2		
	9 9 9 . 9 9 7 . 5 3 0 . 8 6 4 . 2 0 0 . 0 0 1	3.1.5	1	5	1		
	9 9 9 . 9 9 9 . 7 5 0 . 8 4 2 . 0 0 0 . 0 0 1	3.1.6	1	6	0		
	9 7 7 . 5 5 3 . 3 1 0 . 8 8 6 . 6 4 4 . 2 2 1	3.2.1	2	1	2		
	9 9 7 . 7 5 5 . 3 1 0 . 8 8 6 . 4 4 2 . 2 0 1	3.2.2	2	2	1		
	9 9 9 . 7 7 5 . 5 1 0 . 8 8 4 . 4 2 2 . 0 0 1	3.2.3	2	3	0		
	8 8 6 . 6 4 4 . 2 1 9 . 9 7 7 . 5 5 3 . 3 1 2	4.2	2	0			

6) Formeln zur Berechnung der Anzahl A an Kaprekar- Konstanten

**Anzahl A an Kaprekar – Konstanten für Zahlen mit N Stellen für Alg. 1 bis Alg. 5 :**

Alg. 1 ( N durch 3 teilbar ) :  $A = 1$

Alg. 2 ( N gerade  $\geq 4$  ) :  $A = 1$

Alg. 3 ( N gerade  $\geq 8$  ) :  $A = \text{INT} \left[ \frac{(N-3)^2}{24} \right]$

Alg. 4 ( N ungerade  $\geq 9$  ) :  $A = \text{INT} \left[ \frac{N+9}{18} \right]$

Alg. 4 ( N gerade  $\geq 18$  ) :  $A = \text{INT} \left[ \frac{N}{18} \right]$

Alg. 5 ( N ungerade  $\geq 17$  ) :  $A = \sum_{v=1}^m \text{INT} \left[ \frac{(N+6-v*18)^2}{24} \right]$  mit  $m = \text{INT} \left[ \frac{N+1}{18} \right]$

Alg. 5 ( N gerade  $\geq 26$  ) :  $A = \sum_{v=1}^m \text{INT} \left[ \frac{(N-3-v*18)^2}{24} \right]$  mit  $m = \text{INT} \left[ \frac{N-8}{18} \right]$

Beispiel für Alg. 5 ; N = 59 ( ungerade ) :  $m = \text{INT} \left[ \frac{60}{18} \right] = 3$

$$A = \sum_{v=1}^3 \text{INT} \left[ \frac{(65-v*18)^2}{24} \right] = \text{INT} \left[ \frac{47^2}{24} \right] + \text{INT} \left[ \frac{29^2}{24} \right] + \text{INT} \left[ \frac{11^2}{24} \right] = 92 + 35 + 5 = 132$$

Beispiel für Alg. 5 ; N = 214 ( gerade ) :  $m = \text{INT} \left[ \frac{206}{18} \right] = 11$

$$\begin{aligned} A = \sum_{v=1}^{11} \text{INT} \left[ \frac{(211-v*18)^2}{24} \right] &= \text{INT} \left[ \frac{193^2}{24} \right] + \text{INT} \left[ \frac{175^2}{24} \right] + \text{INT} \left[ \frac{157^2}{24} \right] + \text{INT} \left[ \frac{139^2}{24} \right] + \\ &+ \text{INT} \left[ \frac{121^2}{24} \right] + \text{INT} \left[ \frac{103^2}{24} \right] + \text{INT} \left[ \frac{85^2}{24} \right] + \text{INT} \left[ \frac{67^2}{24} \right] + \text{INT} \left[ \frac{49^2}{24} \right] + \text{INT} \left[ \frac{31^2}{24} \right] + \\ &+ \text{INT} \left[ \frac{13^2}{24} \right] = 1552 + 1276 + 1027 + 805 + 610 + 442 + 301 + 187 + 100 + 40 + 7 = 6347 \end{aligned}$$

Anzahl A an Kaprekar- Konstanten für Algorithmus 3 ( N gerade >= 8 ); Herleitung Formel

Anzahl Stellen :  $N = 2 * ( 3 X + Y + Z )$ ;  $X \geq 1$ ;  $Y \geq 1$ ;  $Z \geq 0$ ;

X	Y	Z	N	A	X	Y	Z	N	A	X	Y	Z	N	A
1	1	0	8	1	1	1	8			1	1	11		
1	1	1			1	2	7			1	2	10		
1	2	0	10	2	1	3	6			1	3	9		
1	1	2			1	4	5			1	4	8		
1	2	1			1	5	4			1	5	7		
1	3	0	12	3	1	6	3			1	6	6		
1	1	3			1	7	2			1	7	5		
1	2	2			1	8	1			1	8	4		
1	3	1			1	9	0			1	9	3		
1	4	0	14	5	2	1	5			1	10	2		
2	1	0			2	2	4			1	11	1		
1	1	4			2	3	3			1	12	0		
1	2	3			2	4	2			2	1	8		
1	3	2			2	5	1			2	2	7		
1	4	1			2	6	0			2	3	6		
2	1	0	16	7	3	1	2			2	4	5		
1	1	5			3	2	1			2	5	4		
1	2	4			3	3	0	24	18	2	6	3		
1	3	3			1	1	9			2	7	2		
1	4	2			1	2	8			2	8	1		
1	5	1			1	3	7			2	9	0		
2	1	1	18	9	1	4	6			3	1	5		
2	2	0			1	5	5			3	2	4		
1	1	6			1	6	4			3	3	3		
1	2	5			1	7	3			3	4	2		
1	3	4			1	8	2			3	5	1		
1	4	3			1	9	1			3	6	0		
1	5	2			1	10	0			4	1	2		
1	6	1			2	1	6			4	2	1	30	30
2	1	2			2	2	5			1	3	0		
2	2	1			2	3	4			1	1	12		
2	3	0	20	12	2	4	3			1	2	11		
1	1	7			2	5	2			1	3	10		
1	2	6			2	6	1			1	4	9		
1	3	5			2	7	0			1	5	8		
1	4	4			3	1	3			1	6	7		
1	5	3			3	2	2			1	7	6		
1	6	2			3	3	1			1	8	5		
1	7	1			3	4	0			1	9	4		
2	1	3			4	1	0	26	22	1	10	3		
2	2	2			1	1	10			1	11	2		
2	3	1			1	2	9			1	12	1		
2	4	0			1	3	8			2	13	0		
3	1	0	22	15	1	4	7			2	1	9		
1	1	7			1	5	6			2	2	8		
1	2	6			1	6	5			2	3	7		
1	3	5			1	7	4			2	4	6		
1	4	4			1	8	3			2	5	5		
1	5	3			1	9	2			2	6	4		
1	6	2			1	10	1			2	7	3		
1	7	1			1	11	0			2	8	2		
2	1	4			2	1	7			2	9	1		
2	2	3			2	2	6			2	10	0		
2	3	2			2	3	5			3	1	6		
2	4	1			2	4	4			3	2	5		
2	5	0			2	5	3			3	3	4		
3	1	1			2	6	2			3	4	3		
3	2	0	22	15	2	7	1			3	5	2		
					2	8	0			3	6	1		
					3	1	4			3	7	0		
					3	2	3			4	1	3		
					3	3	2			4	2	2		
					3	4	1			4	3	1		
					3	5	0			4	4	0		
					4	1	1			5	1	0	32	35
					4	2	0	28	26					



Man erhält somit für N- stellige Zahlen folgende Anzahl A an Kaprekar- Konstanten :

N	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	.....
A	1	2	3	5	7	9	12	15	18	22	26	30	35	40	45	.....

Algorithmus für Teilfolge 1 ( A = 1, 5, 12, 22, 35, ..... ) :

C	N	A(1)
1	8	$1 = 3 * 1 - 1 * 2$
2	14	$5 = 3 * ( 1 + 2 ) - 2 * 2$
3	20	$12 = 3 * ( 1 + 2 + 3 ) - 3 * 2$
4	26	$22 = 3 * ( 1 + 2 + 3 + 4 ) - 4 * 2$
5	32	$35 = 3 * ( 1 + 2 + 3 + 4 + 5 ) - 5 * 2$

mit der Summenformel von Gauß erhält man für C = 1, 2, 3, 4, 5, ..... :

$$A(1) = \frac{3 * C * (C + 1)}{2} - 2 * C = \frac{C * (3 * C - 1)}{2} ; \text{ für C gilt : } C = \frac{N - 2}{6}$$

$$A(1) = \frac{N - 2}{12} * \left( \frac{N - 2}{2} - 1 \right) = \frac{(N - 2) * (N - 4)}{24}$$

Algorithmus für Teilfolge 2 ( A = 2, 7, 15, 26, 40, ..... ) :

C	N	A(2)
1	10	$2 = 3 * 1 - 1$
2	16	$7 = 3 * ( 1 + 2 ) - 2$
3	22	$15 = 3 * ( 1 + 2 + 3 ) - 3$
4	28	$26 = 3 * ( 1 + 2 + 3 + 4 ) - 4$
5	34	$40 = 3 * ( 1 + 2 + 3 + 4 + 5 ) - 5$

$$A(2) = \frac{3 * C * (C + 1)}{2} - C = \frac{C * (3 * C + 1)}{2} ; C = \frac{N - 4}{6}$$

$$A(2) = \frac{N - 4}{12} * \left( \frac{N - 4}{2} + 1 \right) = \frac{(N - 2) * (N - 4)}{24} = A(1)$$

Algorithmus für Teilfolge 3 ( A = 3, 9, 18, 30, 45, ..... ) :

C	N	A(3)
1	12	3 = 3 * 1
2	18	9 = 3 * ( 1 + 2 )
3	24	18 = 3 * ( 1 + 2 + 3 )
4	30	30 = 3 * ( 1 + 2 + 3 + 4 )
5	36	45 = 3 * ( 1 + 2 + 3 + 4 + 5 )

$$A(3) = \frac{3 * C * (C + 1)}{2}; C = \frac{N - 6}{6}$$

$$A(3) = \frac{N - 6}{4} * \left( \frac{N - 6}{6} + 1 \right) = \frac{N * (N - 6)}{24}$$

Für die Teilfolgen 1 und 2 gilt jeweils die gleiche Formel für die Anzahl A :

$$\text{Teilfolge 1 und Teilfolge 2 : } A(1) = A(2) = \frac{(N - 2) * (N - 4)}{24} = \frac{N^2 - 6 * N + 8}{24} \quad (1)$$

Für die Teilfolge 3 gilt folgende Formel für die Anzahl A :

$$\text{Teilfolge 3 : } A(3) = \frac{N * (N - 6)}{24} = \frac{N^2 - 6 * N}{24} \quad (2)$$

Die Formeln ( 1 ) und ( 2 ) kann man in nur einer Formel ( 3 ) zusammenfassen :

$$\text{vorab : } \frac{(N - 3)^2}{24} = \frac{N^2 - 6 * N + 9}{24} \quad (3); \quad (3) > (1) > (2)$$

$$(3) - (1) = \frac{1}{24} < 1; \quad (3) - (2) = \frac{9}{24} < 1;$$

$$\text{Somit : } A = \text{INT} \left[ \frac{(N - 3)^2}{24} \right] = \text{INT} \left[ \frac{N^2 - 6 * N + 9}{24} \right] = A(1) = A(2) = A(3); \quad N \geq 8;$$

Anzahl A an Kaprekar- Konstanten für Algorithmus 4 ( N ungerade  $\geq 9$  ); Herleitung Formel

N	9 - 25	27 - 43	45 - 61	63 - 79	81 - 97	.....	171 - 187	.....
A	1	2	3	4	5	.....	10	.....

Anzahl Stellen :  $N = 9 * X + 2 * Y$  ;  $X \geq 1$  ;  $Y \geq 0$  ; somit :  $A = \text{INT} \left[ \frac{N+9}{18} \right]$

Beispiel für  $N = 177$  :  $A = \text{INT} \left[ \frac{177+9}{18} \right] = 10$

X	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	
Y	84	75	66	57	48	39	30	21	12	3	A = 10

Analog erhält man A für Algorithmus 4 ( N gerade  $\geq 18$  ) :  $A = \text{INT} \left[ \frac{N}{18} \right]$

Anzahl A an Kaprekar- Konstanten für Algorithmus 5 ( N gerade  $\geq 26$  ); Herleitung Formel

Anzahl Stellen :  $N = 9 X + 6 Y + 2 Z + 2 W$  ;  $X \geq 2$  ;  $Y \geq 1$  ;  $Z \geq 1$  ;  $W \geq 0$  ;

Beispiel für  $N = 66$  :  $m = \text{INT} \left[ \frac{58}{18} \right] = 3$  ;  $A = \text{INT} \left[ \frac{45^2}{24} \right] + \text{INT} \left[ \frac{27^2}{24} \right] + \text{INT} \left[ \frac{9^2}{24} \right] = 117$  ;

X	Y	Z	W	A	X	Y	Z	W	A	X	Y	Z	W	A
2	1	1	20	1	2	3	2	13	41	2	6	6	0	81
2	1	2	19	2	2	3	3	12	42	2	7	1	2	82
2	1	3	18	3	2	3	4	11	43	2	7	2	1	83
2	1	4	17	4	2	3	5	10	44	2	7	3	0	84
2	1	5	16	5	2	3	6	9	45	4	1	1	11	85
2	1	6	15	6	2	3	7	8	46	4	1	2	10	86
2	1	7	14	7	2	3	8	7	47	4	1	3	9	87
2	1	8	13	8	2	3	9	6	48	4	1	4	8	88
2	1	9	12	9	2	3	10	5	49	4	1	5	7	89
2	1	10	11	10	2	3	11	4	50	4	1	6	6	90
2	1	11	10	11	2	3	12	3	51	4	1	7	5	91
2	1	12	9	12	2	3	13	2	52	4	1	8	4	92
2	1	13	8	13	2	3	14	1	53	4	1	9	3	93
2	1	14	7	14	2	3	15	0	54	4	1	10	2	94
2	1	15	6	15	2	4	1	11	55	4	1	11	1	95
2	1	16	5	16	2	4	2	10	56	4	1	12	0	96
2	1	17	4	17	2	4	3	9	57	4	2	1	8	97
2	1	18	3	18	2	4	4	8	58	4	2	2	7	98
2	1	19	2	19	2	4	5	7	59	4	2	3	6	99
2	1	20	1	20	2	4	6	6	60	4	2	4	5	100
2	1	21	0	21	2	4	7	5	61	4	2	5	4	101
2	2	1	17	22	2	4	8	4	62	4	2	6	3	102
2	2	2	16	23	2	4	9	3	63	4	2	7	2	103
2	2	3	15	24	2	4	10	2	64	4	2	8	1	104
2	2	4	14	25	2	4	11	1	65	4	2	9	0	105
2	2	5	13	26	2	4	12	0	66	4	3	1	5	106
2	2	6	12	27	2	5	1	8	67	4	3	2	4	107
2	2	7	11	28	2	5	2	7	68	4	3	3	3	108
2	2	8	10	29	2	5	3	6	69	4	3	4	2	109
2	2	9	9	30	2	5	4	5	70	4	3	5	1	110
2	2	10	8	31	2	5	5	4	71	4	3	6	0	111
2	2	11	7	32	2	5	6	3	72	4	4	1	2	112
2	2	12	6	33	2	5	7	2	73	4	4	2	1	113
2	2	13	5	34	2	5	8	1	74	4	4	3	0	114
2	2	14	4	35	2	5	9	0	75	6	1	1	2	115
2	2	15	3	36	2	6	1	5	76	6	1	2	1	116
2	2	16	2	37	2	6	2	4	77	6	1	3	0	117
2	2	17	1	38	2	6	3	3	78					
2	2	18	0	39	2	6	4	2	79					
2	3	1	14	40	2	6	5	1	80					

N = 66 ; A = 117

Mit X, Y, Z, W erhält man für N- stellige Zahlen folg. Anzahl A an Kaprekar- Konstanten :

N	S1	S2	S3	S4	S5	A
26	1					1
28	2					2
30	3					3
32	5					5
34	7					7
36	9					9
38	12					12
40	15					15
42	18					18
44	22	+ 1				23
46	26	+ 2				28
48	30	+ 3				33
50	35	+ 5				40
52	40	+ 7				47
54	45	+ 9				54
56	51	+ 12				63
58	57	+ 15				72
60	63	+ 18				81
62	70	+ 22	+ 1			93
64	77	+ 26	+ 2			105
66	84	+ 30	+ 3			117
68	92	+ 35	+ 5			132
70	100	+ 40	+ 7			147
72	108	+ 45	+ 9			162
74	117	+ 51	+ 12			180
76	126	+ 57	+ 15			198
78	135	+ 63	+ 18			216
80	145	+ 70	+ 22	+ 1		238
82	155	+ 77	+ 26	+ 2		260
84	165	+ 84	+ 30	+ 3		282
86	176	+ 92	+ 35	+ 5		308
88	187	+ 100	+ 40	+ 7		334
90	198	+ 108	+ 45	+ 9		360
92	210	+ 117	+ 51	+ 12		390
94	222	+ 126	+ 57	+ 15		420
96	234	+ 135	+ 63	+ 18		450
98	247	+ 145	+ 70	+ 22	+ 1	485
100	260	+ 155	+ 77	+ 26	+ 2	520
102	273	+ 165	+ 84	+ 30	+ 3	555
104	287	+ 176	+ 92	+ 35	+ 5	595
106	301	+ 187	+ 100	+ 40	+ 7	635
108	315	+ 198	+ 108	+ 45	+ 9	675
110	330	+ 210	+ 117	+ 51	+ 12	720
112	345	+ 222	+ 126	+ 57	+ 15	765
114	360	+ 234	+ 135	+ 63	+ 18	810

..... etc.

Alle Spalten S1, S2, S3, S4, S5, .... enthalten die gleichen Folgen 1, 2, 3, 5, 7, 9, 12, 15, .... wie in Algorithmus 3; N in Algorithmus 3 wird durch ( N -18 ) in Algorithmus 5 ersetzt :

$$\text{Alg. 3 ( N gerade } \geq 8 ) : A = \text{INT} \left[ \frac{(N-3)^2}{24} \right] ; \text{ somit gilt f\"ur Alg. 5 ( N } \geq 26 ) :$$

$$26 \leq N \leq 42 : A = \text{INT} \left[ \frac{(N-3-18)^2}{24} \right] = \left[ \frac{(N-21)^2}{24} \right]$$

$$44 \leq N \leq 60 : A = \text{INT} \left[ \frac{(N-21)^2}{24} \right] + \text{INT} \left[ \frac{(N-39)^2}{24} \right]$$

$$62 \leq N \leq 78 : A = \text{INT} \left[ \frac{(N-21)^2}{24} \right] + \text{INT} \left[ \frac{(N-39)^2}{24} \right] + \text{INT} \left[ \frac{(N-57)^2}{24} \right]$$

$$80 \leq N \leq 96 : A = \text{INT} \left[ \frac{(N-21)^2}{24} \right] + \text{INT} \left[ \frac{(N-39)^2}{24} \right] + \text{INT} \left[ \frac{(N-57)^2}{24} \right] + \\ + \text{INT} \left[ \frac{(N-75)^2}{24} \right] \quad \text{etc.}$$

$$\rightarrow A = \sum_{v=1}^m \text{INT} \left[ \frac{(N-3-v*18)^2}{24} \right] \quad \text{mit } m = \text{INT} \left[ \frac{N-8}{18} \right]$$

Die Integer- Formeln sind stets g\"ultig; das zeigt folgende Rechnung :

$$\text{Teilfolgen 1, 2 ( analog Alg. 3 ) : } A(1) = A(2) = \frac{(N-2-v*18)*(N-4-v*18)}{24} = \\ = \frac{N^2 - 6*N - 36*v*N + 108*v + 324*v^2 + 8}{24} \quad (1)$$

$$\text{Teilfolgen 3 ( analog Alg. 3 ) : } A(3) = \frac{(N-v*18)*(N-6-v*18)}{24} = \\ = \frac{N^2 - 6*N - 36*v*N + 108*v + 324*v^2}{24} \quad (2)$$

Die Formeln ( 1 ) und ( 2 ) kann man in nur einer Formel ( 3 ) zusammenfassen :

$$\frac{(N-3-v*18)^2}{24} = \frac{N^2 - 6*N - 36*v*N + 108*v + 324*v^2 + 9}{24} \quad (3); \quad (3) > (1) > (2)$$

$$(3) - (1) = \frac{1}{24} < 1; \quad (3) - (2) = \frac{9}{24} < 1; \quad \rightarrow \text{ die Formeln sind stets g\"ultig}$$

Kontrolle der Berechnung über X,Y, Z, W mit der Formel für Alg. 5 ( N gerade  $\geq 26$  ) :

Beispiele per Computerprogramm :

Anzahl Stellen N ( gerade  $\geq 26$  ) : N = 60

Anzahl A an Kaprekar- Konstanten, Alg. 5 :

Alg. mit X,Y,Z,W : A = 81 ; Formel : A = 81

---

Anzahl Stellen N ( gerade  $\geq 26$  ) : N = 112

Anzahl A an Kaprekar- Konstanten, Alg. 5 :

Alg. mit X,Y,Z,W : A = 765 ; Formel : A = 765

---

Anzahl Stellen N ( gerade  $\geq 26$  ) : N = 508

Anzahl A an Kaprekar- Konstanten, Alg. 5 :

Alg. mit X,Y,Z,W : A = 94122 ; Formel : A = 94122

---

Anzahl Stellen N ( gerade  $\geq 26$  ) : N = 926

Anzahl A an Kaprekar- Konstanten, Alg. 5 :

Alg. mit X,Y,Z,W : A = 589101 ; Formel : A = 589101

---

Anzahl Stellen N ( gerade  $\geq 26$  ) : N = 1236

Anzahl A an Kaprekar- Konstanten, Alg. 5 :

Alg. mit X,Y,Z,W : A = 1414842 ; Formel : A = 1414842

---

Anzahl Stellen N ( gerade  $\geq 26$  ) : N = 2278

Anzahl A an Kaprekar- Konstanten, Alg. 5 :

Alg. mit X,Y,Z,W : A = 8977752 ; Formel : A = 8977752

---

Anzahl Stellen N ( gerade  $\geq 26$  ) : N = 3444

Anzahl A an Kaprekar- Konstanten, Alg. 5 :

Alg. mit X,Y,Z,W : A = 31191255 ; Formel : A = 31191255

---

Analog erhält man A für Algorithmus 5 ( N ungerade  $\geq 17$  ) :

$$\text{Alg. 5 ( N ungerade } \geq 17 \text{ ) : } A = \sum_{v=1}^m \text{INT} \left[ \frac{(N + 6 - v * 18)^2}{24} \right] \quad \text{mit } m = \text{INT} \left[ \frac{N + 1}{18} \right]$$

7) Zusammenhang bei der Anzahl an Kaprekar- Konstanten ( Alg. 1 bis Alg. 5 )

**Anzahl Kaprekar - Konstanten für Zahlen mit N Stellen**

**Es gilt : Zahlen mit N Stellen ( N gerade  $\geq 4$  ) haben stets die gleiche Anzahl A an Kaprekar - Konstanten, wie Zahlen mit N + 9 Stellen ( N + 9 ungerade )**

Alg.	N	N + 9	
1	A1	A1	Die Summe für N und N + 9 ist stets : $A = A1 + A3 + A4 + A5 + 1$
2	A2 = 1	0	
3	A3	0	
4	A4	A4 + 1	
5	A5	A3 + A5	

N	N+9	A	N	N+9	A	N	N+9	A	N	N+9	A
4	13	1	46	55	108	88	97	640	130	139	1940
6	15	2	48	57	121	90	99	682	132	141	2025
8	17	2	50	59	135	92	101	726	134	143	2116
10	19	3	52	61	150	94	103	771	136	145	2208
12	21	5	54	63	167	96	105	817	138	147	2301
14	23	6	56	65	184	98	107	867	140	149	2400
16	25	8	58	67	202	100	109	918	142	151	2500
18	27	12	60	69	221	102	111	970	144	153	2602
20	29	14	62	71	242	104	113	1026	146	155	2709
22	31	17	64	73	264	106	115	1083	148	157	2817
24	33	21	66	75	287	108	117	1142	150	159	2926
26	35	25	68	77	312	110	119	1204	152	161	3042
28	37	30	70	79	338	112	121	1267	154	163	3159
30	39	36	72	81	366	114	123	1331	156	165	3277
32	41	42	74	83	395	116	125	1400	158	167	3402
34	43	49	76	85	425	118	127	1470	160	169	3528
36	45	58	78	87	456	120	129	1541	162	171	3656
38	47	66	80	89	490	122	131	1617	164	173	3790
40	49	75	82	91	525	124	133	1694	166	175	3925
42	51	85	84	93	561	126	135	1773	168	177	4061
44	53	96	86	95	600	128	137	1856	170	179	4205

Nachweis für vorgenannten Zusammenhang (  $N1 = \text{gerade}$  ;  $N2 = N1 + 9 = \text{ungerade}$  )

Alg. 1 :  $N2 = N1 + 9$  :  $N1$  und  $N2$  sind durch 3 teilbar :  $\rightarrow A1(1) = A1(2)$  ;

Alg. 2 :  $N2 = N1 + 9$  : Alg. 2 gilt nur für  $N1$  ( gerade ) :  $\rightarrow A2(1) = 1$  ;  $A2(2) = 0$  ;

Alg. 3 :  $N2 = N1 + 9$  : Alg. 3 gilt nur für  $N1$  ( gerade ) :  $\rightarrow A3(1) \neq 0$  ;  $A3(2) = 0$  ;

Alg. 4 (  $N1$  gerade  $\geq 18$  ) :  $A4(1) = \text{INT}\left[\frac{N1}{18}\right]$

Alg. 4 (  $N2$  ungerade  $\geq 9$  ) :  $A4(2) = \text{INT}\left[\frac{N2+9}{18}\right]$

$N2 = N1 + 9$  ;  $\rightarrow A4(2) = \text{INT}\left[\frac{N1+18}{18}\right] = \text{INT}\left[\frac{N1}{18}\right] + 1 = A4(1) + 1$  ;

Alg. 3 (  $N1$  gerade  $\geq 8$  ) :  $A3(1) = \text{INT}\left[\frac{(N1-3)^2}{24}\right]$

Alg. 5 (  $N1$  gerade  $\geq 26$  ) :  $A5(1) = \sum_{v=1}^{m1} \text{INT}\left[\frac{(N1-3-v*18)^2}{24}\right]$  mit  $m1 = \text{INT}\left[\frac{N1-8}{18}\right]$

Alg. 5 (  $N2$  ungerade  $\geq 17$  ) :  $A5(2) = \sum_{v=1}^{m2} \text{INT}\left[\frac{(N2+6-v*18)^2}{24}\right]$  mit  $m2 = \text{INT}\left[\frac{N2+1}{18}\right]$

$N2 = N1 + 9$  ;  $\rightarrow m2 = \text{INT}\left[\frac{N1+9+1}{18}\right] = \text{INT}\left[\frac{N1-8+18}{18}\right] = \text{INT}\left[\frac{N1-8}{18}\right] + 1 = m1 + 1$  ;

$\rightarrow A5(2) = \sum_{v=1}^{m1+1} \text{INT}\left[\frac{(N1+15-v*18)^2}{24}\right] = \text{INT}\left[\frac{(N1-3)^2}{24}\right] + \sum_{v=2}^{m1+1} \text{INT}\left[\frac{(N1+15-v*18)^2}{24}\right]$  ;

$A5(2) = A3(1) + \sum_{v=2-1}^{m1+1-1} \text{INT}\left[\frac{(N1+15-18-v*18)^2}{24}\right] = A3(1) + \sum_{v=1}^{m1} \text{INT}\left[\frac{(N1-3-v*18)^2}{24}\right]$  ;

$\rightarrow A5(2) = A3(1) + A5(1)$  ;

Somit gilt stets für  $N1$  ( gerade ) , und  $N2 = N1 + 9$  ( ungerade ) :

$A(N1) = A1(1) + A2(1) + A3(1) + A4(1) + A5(1) = A1(1) + 1 + A3(1) + A4(1) + A5(1)$  ;

$A(N2) = A1(2) + A2(2) + A3(2) + A4(2) + A5(2) = A1(1) + A4(1) + 1 + A3(1) + A5(1)$  ;

$\rightarrow A(N1) = A(N2)$  ;



Berechnung der Anzahl an Kaprekar- Konstanten per Computerprogramm

Die Formeln in Seite 15 ( Alg. 1 bis Alg. 5 ) kann man leicht programmieren; Beispiele :

**Anzahl Kaprekar - Konstanten für Zahlen mit N Stellen**

**Es gilt : Zahlen mit N Stellen ( N gerade  $\neq$  4 ) haben stets die gleiche Anzahl A an Kaprekar - Konstanten, wie Zahlen mit N + 9 Stellen ( N + 9 ungerade )**

Anzahl Stellen N : 8	Anzahl Stellen N + 9 : 17
Alg. 1 : 0	Alg. 1 : 0
Alg. 2 : 1	Alg. 2 : 0
Alg. 3 : 1	Alg. 3 : 0
Alg. 4 : 0	Alg. 4 : 1
Alg. 5 : 0	Alg. 5 : 1
Summe : 2	Summe : 2

---

Anzahl Stellen N : 60	Anzahl Stellen N + 9 : 69
Alg. 1 : 1	Alg. 1 : 1
Alg. 2 : 1	Alg. 2 : 0
Alg. 3 : 135	Alg. 3 : 0
Alg. 4 : 3	Alg. 4 : 4
Alg. 5 : 81	Alg. 5 : 216
Summe : 221	Summe : 221

---

Anzahl Stellen N : 6172	Anzahl Stellen N + 9 : 6181
Alg. 1 : 0	Alg. 1 : 0
Alg. 2 : 1	Alg. 2 : 0
Alg. 3 : 1585690	Alg. 3 : 0
Alg. 4 : 342	Alg. 4 : 343
Alg. 5 : 180358317	Alg. 5 : 181944007
Summe : 181944350	Summe : 181944350

---

Anzahl Stellen N : 171186	Anzahl Stellen N + 9 : 171195
Alg. 1 : 1	Alg. 1 : 1
Alg. 2 : 1	Alg. 2 : 0
Alg. 3 : 1220984192	Alg. 3 : 0
Alg. 4 : 9510	Alg. 4 : 9511
Alg. 5 : 3869977082318	Alg. 5 : 3871198066510
Summe : 3871198076022	Summe : 3871198076022

---

Anzahl Stellen N : 2186378	Anzahl Stellen N + 9 : 2186387
Alg. 1 : 0	Alg. 1 : 0
Alg. 2 : 1	Alg. 2 : 0
Alg. 3 : 199176486912	Alg. 3 : 0
Alg. 4 : 121465	Alg. 4 : 121466
Alg. 5 : 8064242728616201	Alg. 5 : 8064441905103113
Summe : 8064441905224579	Summe : 8064441905224579

---



Berechnung der Anzahl an Kaprekar- Konstanten von 3 bis N Stellen per Computerprogramm

Anwendung der Formeln in Seite 15 für Alg. 1 bis Alg. 5; Bsp. für N = 3 bis N = 182 Stellen :

St.N	Anz.A	Summe A	St.N	Anz.A	Summe A	St.N	Anz.A	Summe A
3	1	1	63	167	3521	123	1331	47324
4	1	2	64	264	3785	124	1694	49018
5	0	2	65	184	3969	125	1400	50418
6	2	4	66	287	4256	126	1773	52191
7	0	4	67	202	4458	127	1470	53661
8	2	6	68	312	4770	128	1856	55517
9	2	8	69	221	4991	129	1541	57058
10	3	11	70	338	5329	130	1940	58998
11	1	12	71	242	5571	131	1617	60615
12	5	17	72	366	5937	132	2025	62640
13	1	18	73	264	6201	133	1694	64334
14	6	24	74	395	6596	134	2116	66450
15	2	26	75	287	6883	135	1773	68223
16	8	34	76	425	7308	136	2208	70431
17	2	36	77	312	7620	137	1856	72287
18	12	48	78	456	8076	138	2301	74588
19	3	51	79	338	8414	139	1940	76528
20	14	65	80	490	8904	140	2400	78928
21	5	70	81	366	9270	141	2025	80953
22	17	87	82	525	9795	142	2500	83453
23	6	93	83	395	10190	143	2116	85569
24	21	114	84	561	10751	144	2602	88171
25	8	122	85	425	11176	145	2208	90379
26	25	147	86	600	11776	146	2709	93088
27	12	159	87	456	12232	147	2301	95389
28	30	189	88	640	12872	148	2817	98206
29	14	203	89	490	13362	149	2400	100606
30	36	239	90	682	14044	150	2926	103532
31	17	256	91	525	14569	151	2500	106032
32	42	298	92	726	15295	152	3042	109074
33	21	319	93	561	15856	153	2602	111676
34	49	368	94	771	16627	154	3159	114835
35	25	393	95	600	17227	155	2709	117544
36	58	451	96	817	18044	156	3277	120821
37	30	481	97	640	18684	157	2817	123638
38	66	547	98	867	19551	158	3402	127040
39	36	583	99	682	20233	159	2926	129966
40	75	658	100	918	21151	160	3528	133494
41	42	700	101	726	21877	161	3042	136536
42	85	785	102	970	22847	162	3656	140192
43	49	834	103	771	23618	163	3159	143351
44	96	930	104	1026	24644	164	3790	147141
45	58	988	105	817	25461	165	3277	150418
46	108	1096	106	1083	26544	166	3925	154343
47	66	1162	107	867	27411	167	3402	157745
48	121	1283	108	1142	28553	168	4061	161806
49	75	1358	109	918	29471	169	3528	165334
50	135	1493	110	1204	30675	170	4205	169539
51	85	1578	111	970	31645	171	3656	173195
52	150	1728	112	1267	32912	172	4350	177545
53	96	1824	113	1026	33938	173	3790	181335
54	167	1991	114	1331	35269	174	4496	185831
55	108	2099	115	1083	36352	175	3925	189756
56	184	2283	116	1400	37752	176	4650	194406
57	121	2404	117	1142	38894	177	4061	198467
58	202	2606	118	1470	40364	178	4805	203272
59	135	2741	119	1204	41568	179	4205	207477
60	221	2962	120	1541	43109	180	4962	212439
61	150	3112	121	1267	44376	181	4350	216789
62	242	3354	122	1617	45993	182	5126	221915

Weitere Beispiele für die Anwendung der Formeln in Seite 15 für Alg. 1 bis Alg. 5 :

Summe Kaprekar- Konstanten Alg. 1 - 5  
für N = 3 - 627 Stellen : 30199642

---

Summe Kaprekar- Konstanten Alg. 1 - 5  
für N = 3 - 882 Stellen : 117816432

---

Summe Kaprekar- Konstanten Alg. 1 - 5  
für N = 3 - 1215 Stellen : 423168993

---

Summe Kaprekar- Konstanten Alg. 1 - 5  
für N = 3 - 1418 Stellen : 784353945

---

Summe Kaprekar- Konstanten Alg. 1 - 5  
für N = 3 - 4655 Stellen : 90732118794

---

Summe Kaprekar- Konstanten Alg. 1 - 5  
für N = 3 - 6530 Stellen : 351172755413

---

Summe Kaprekar- Konstanten Alg. 1 - 5  
für N = 3 - 9327 Stellen : 1461085566109

---

Summe Kaprekar- Konstanten Alg. 1 - 5  
für N = 3 - 18246 Stellen : 21389283436637

---

Summe Kaprekar- Konstanten Alg. 1 - 5  
für N = 3 - 22193 Stellen : 46811833525948

---

Summe Kaprekar- Konstanten Alg. 1 - 5  
für N = 3 - 34894 Stellen : 286047159622569

---

Summe Kaprekar- Konstanten Alg. 1 - 5  
für N = 3 - 46259 Stellen : 883476668058980

---

Summe Kaprekar- Konstanten Alg. 1 - 5  
für N = 3 - 62144 Stellen : 2877317201090714

---

Summe Kaprekar- Konstanten Alg. 1 - 5  
für N = 3 - 80000 Stellen : 7902024841006682

---

## 8) Algorithmus 6

Kaprekar - Konstanten für Zahlen mit N Stellen,  $N \geq 23$ 

Es gilt folgender Algorithmus 6 :

1) man nehme die Zahlenfolge  $> 2\ 2\ 2\ 3\ 4\ 4\ 5\ 5\ 6\ 7\ 7\ 7\ 9\ 9 <$  X - mal ( $X \geq 1$ )

2) ... dann die Zahlenfolge  $> 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 <$  Y - mal ( $Y \geq 1$ )

Diese zwei Zahlenfolgen ergeben nacheinander angereiht eine Startzahl, die nach nur einem Schritt ( größte minus kleinste Zahl ) stets zu einer Kap. - Konstanten führt.

Anzahl Stellen :  $N = 14 X + 9 Y$ ; Beispiel für  $X = 1$ ;  $Y = 2$  :  $N = 32$

Startzahl :  $2\ 2\ 2\ 3\ 4\ 4\ 5\ 5\ 6\ 7\ 7\ 7\ 9\ 9\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9$

größte Zahl Z1 :  $9\ 9\ 9\ 9\ 8\ 8\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 6\ 6\ 6\ 5\ 5\ 5\ 5\ 4\ 4\ 4\ 4\ 3\ 3\ 3\ 2\ 2\ 2\ 2\ 1\ 1$

kleinste Zahl Z2 :  $- 1\ 1\ 2\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3\ 3\ 4\ 4\ 4\ 4\ 5\ 5\ 5\ 5\ 6\ 6\ 6\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 8\ 8\ 9\ 9\ 9\ 9$

Kaprekar - Konst. :  $8\ 8\ 7\ 7\ 6\ 6\ 5\ 4\ 4\ 4\ 3\ 2\ 2\ 1\ 9\ 9\ 9\ 9\ 7\ 7\ 7\ 6\ 5\ 5\ 5\ 4\ 3\ 3\ 2\ 2\ 1\ 2$

Weitere Beispiele :

$X = 3$ ;  $Y = 3$ ;  $N = 14 * 3 + 9 * 3 = 69$  :

Zahl : 222344556777992223445567779922234455677799123456789123456789123456789

Eingabezahl ergibt nach 1 Schritt eine Kaprekar- Konstante für  $N = 69$  :

Konst. : 88877777666555444444333222219999999997777766655555444433322222112

---

$X = 4$ ;  $Y = 1$ ;  $N = 14 * 4 + 9 * 1 = 65$  :

Zahl : 22234455677799222344556777992223445567779922234455677799123456789

Eingabezahl ergibt nach 1 Schritt eine Kaprekar- Konstante für  $N = 65$  :

Konst. : 87777777665554444433332222199999999977777666655554444322222222

---

$X = 5$ ;  $Y = 6$ ;  $N = 14 * 5 + 9 * 6 = 124$  :

Zahl : 2223445567779922234455677799222344556777992223445567779922234455677799123456789123456789123456789123456789123456789123456789

Eingabezahl ergibt nach 1 Schritt eine Kaprekar- Konstante für  $N = 124$  :

Konst. : 88888777777777666666555554444444444433333222222222199999999999999977777777777666665555555554444433333222222222111112

---

Anzahl A an Kaprekar- Konstanten für Algorithmus 6 ( N ungerade  $\geq 23$  )

N	23 – 147	149 – 273	275 – 399	401 – 525	527 – 651	....	1661 – 1785	....
A	0 – 1	1 – 2	2 – 3	3 – 4	4 – 5	.....	13 – 14	....

Anzahl Stellen :  $N = 14 X + 9 Y$  ;  $X \geq 1$  ;  $Y \geq 1$  ;

$$\text{Es gilt : } \text{INT} \left[ \frac{N+103}{126} \right] - 1 \leq A \leq \text{INT} \left[ \frac{N+103}{126} \right]$$

Beispiel für  $N = 527 - 651$  ( Auszug davon ) ;  $4 \leq A \leq 5$  :

X	Y	N	A	X	Y	N	A	X	Y	N	A
37	1	527	1	37	3	545	1	37	5	563	1
28	15	527	2	28	17	545	2	28	19	563	2
19	29	527	3	19	31	545	3	19	33	563	3
10	43	527	4	10	45	545	4	10	47	563	4
1	57	527	5	1	59	545	5	1	61	563	5
32	9	529	1	32	11	547	1	32	13	565	1
23	23	529	2	23	25	547	2	23	27	565	2
14	37	529	3	14	39	547	3	14	41	565	3
5	51	529	4	5	53	547	4	5	55	565	4
36	3	531	1	36	5	549	1	36	7	567	1
27	17	531	2	27	19	549	2	27	21	567	2
18	31	531	3	18	33	549	3	18	35	567	3
9	45	531	4	9	47	549	4	9	49	567	4
31	11	533	1	31	13	551	1	40	1	569	1
22	25	533	2	22	27	551	2	31	15	569	2
13	39	533	3	13	41	551	3	22	29	569	3
4	53	533	4	4	55	551	4	13	43	569	4
35	5	535	1	35	7	553	1	4	57	569	5
26	19	535	2	26	21	553	2	35	9	571	1
17	33	535	3	17	35	553	3	26	23	571	2
8	47	535	4	8	49	553	4	17	37	571	3
30	13	537	1	39	1	555	1	8	51	571	4
21	27	537	2	30	15	555	2	39	3	573	1
12	41	537	3	21	29	555	3	30	17	573	2
3	55	537	4	12	43	555	4	21	31	573	3
34	7	539	1	3	57	555	5	12	45	573	4
25	21	539	2	34	9	557	1	3	59	573	5
16	35	539	3	25	23	557	2	34	11	575	1
7	49	539	4	16	37	557	3	25	25	575	2
38	1	541	1	7	51	557	4	16	39	575	3
29	15	541	2	38	3	559	1	7	53	575	4
20	29	541	3	29	17	559	2	38	5	577	1
11	43	541	4	20	31	559	3	29	19	577	2
2	57	541	5	11	45	559	4	20	33	577	3
33	9	543	1	2	59	559	5	11	47	577	4
24	23	543	2	33	11	561	1	2	61	577	5
15	37	543	3	24	25	561	2	33	13	579	1
6	51	543	4	15	39	561	3	24	27	579	2
				6	53	561	4	15	41	579	3
								6	55	579	4

Analog erhält man A für Algorithmus 6 ( N gerade  $\geq 32$  ) :

$$\text{INT} \left[ \frac{N+94}{126} \right] - 1 \leq A \leq \text{INT} \left[ \frac{N+94}{126} \right] ; \quad \begin{array}{c|c|c|c|c} N & 32 - 156 & 158 - 282 & 284 - 408 & \dots \\ \hline A & 0 - 1 & 1 - 2 & 2 - 3 & \dots \end{array}$$

Wenn N durch 14 teilbar ist, gilt :  $A(N+9) = A(N) + 1$  ; sonst :  $A(N+9) = A(N)$

Beispiel für N = 8938- bis N = 9296- stellige Zahlen ; A = Anzahl Kap.- Konstanten Alg. 6 :

N	A	N+9	A	N	A	N+9	A	N	A	N+9	A
8938	71	8947	71	9058	71	9067	72	9178	73	9187	73
8940	71	8949	71	9060	72	9069	72	9180	72	9189	72
8942	71	8951	71	9062	72	9071	72	9182	73	9191	73
8944	71	8953	71	9064	72	9073	72	9184	72	9193	73
8946	70	8955	71	9066	72	9075	72	9186	73	9195	73
8948	71	8957	71	9068	72	9077	72	9188	73	9197	73
8950	71	8959	71	9070	72	9079	72	9190	73	9199	73
8952	71	8961	71	9072	71	9081	72	9192	73	9201	73
8954	71	8963	71	9074	72	9083	72	9194	73	9203	73
8956	71	8965	71	9076	72	9085	72	9196	73	9205	73
8958	71	8967	71	9078	72	9087	72	9198	72	9207	73
8960	71	8969	72	9080	72	9089	72	9200	73	9209	73
8962	71	8971	71	9082	72	9091	72	9202	73	9211	73
8964	71	8973	71	9084	72	9093	72	9204	73	9213	73
8966	71	8975	71	9086	72	9095	73	9206	73	9215	73
8968	71	8977	71	9088	72	9097	72	9208	73	9217	73
8970	71	8979	71	9090	72	9099	72	9210	73	9219	73
8972	71	8981	71	9092	72	9101	72	9212	73	9221	74
8974	71	8983	72	9094	72	9103	72	9214	73	9223	73
8976	71	8985	71	9096	72	9105	72	9216	73	9225	73
8978	72	8987	72	9098	72	9107	72	9218	73	9227	73
8980	71	8989	71	9100	72	9109	73	9220	73	9229	73
8982	71	8991	71	9102	72	9111	72	9222	73	9231	73
8984	71	8993	71	9104	73	9113	73	9224	73	9233	73
8986	71	8995	71	9106	72	9115	72	9226	73	9235	74
8988	71	8997	72	9108	72	9117	72	9228	73	9237	73
8990	71	8999	71	9110	72	9119	72	9230	74	9239	74
8992	72	9001	72	9112	72	9121	72	9232	73	9241	73
8994	71	9003	71	9114	72	9123	73	9234	73	9243	73
8996	72	9005	72	9116	72	9125	72	9236	73	9245	73
8998	71	9007	71	9118	73	9127	73	9238	73	9247	73
9000	71	9009	71	9120	72	9129	72	9240	73	9249	74
9002	71	9011	72	9122	73	9131	73	9242	73	9251	73
9004	71	9013	71	9124	72	9133	72	9244	74	9253	74
9006	72	9015	72	9126	72	9135	72	9246	73	9255	73
9008	71	9017	71	9128	72	9137	73	9248	74	9257	74
9010	72	9019	72	9130	72	9139	72	9250	73	9259	73
9012	71	9021	71	9132	73	9141	73	9252	73	9261	73
9014	72	9023	72	9134	72	9143	72	9254	73	9263	74
9016	71	9025	72	9136	73	9145	73	9256	73	9265	73
9018	71	9027	71	9138	72	9147	72	9258	74	9267	74
9020	72	9029	72	9140	73	9149	73	9260	73	9269	73
9022	71	9031	71	9142	72	9151	73	9262	74	9271	74
9024	72	9033	72	9144	72	9153	72	9264	73	9273	73
9026	71	9035	71	9146	73	9155	73	9266	74	9275	74
9028	72	9037	72	9148	72	9157	72	9268	73	9277	74
9030	71	9039	72	9150	73	9159	73	9270	73	9279	73
9032	72	9041	72	9152	72	9161	72	9272	74	9281	74
9034	72	9043	72	9154	73	9163	73	9274	73	9283	73
9036	71	9045	71	9156	72	9165	73	9276	74	9285	74
9038	72	9047	72	9158	73	9167	73	9278	73	9287	73
9040	71	9049	71	9160	73	9169	73	9280	74	9289	74
9042	72	9051	72	9162	72	9171	72	9282	73	9291	74
9044	71	9053	72	9164	73	9173	73	9284	74	9293	74
9046	72	9055	72	9166	72	9175	72	9286	74	9295	74
9048	72	9057	72	9168	73	9177	73	9288	73	9297	73
9050	72	9059	72	9170	72	9179	73	9290	74	9299	74
9052	72	9061	72	9172	73	9181	73	9292	73	9301	73
9054	71	9063	71	9174	73	9183	73	9294	74	9303	74
9056	72	9065	72	9176	73	9185	73	9296	73	9305	74

◀ : N durch 14 teilbar;  $A(N+9) = A(N) + 1$

Anzahl A an Kaprekar- Konstanten für 23 bis N Stellen für Alg. 6 per Computerprogramm

Beispiel Algorithmus 6 für  $N = 23$  bis  $N = 224$  Stellen ;  $N = 14 X + 9 Y$ ; Summe A = 180 :

X	Y	N	A	SumA	X	Y	N	A	SumA	X	Y	N	A	SumA
1	1	23	1	1	9	1	135	1	61	12	2	186	1	121
1	2	32	1	2	2	12	136	1	62	3	16	186	2	122
2	1	37	1	3	4	9	137	1	63	5	13	187	1	123
1	3	41	1	4	6	6	138	1	64	7	10	188	1	124
2	2	46	1	5	8	3	139	1	65	9	7	189	1	125
1	4	50	1	6	1	14	140	1	66	11	4	190	1	126
3	1	51	1	7	3	11	141	1	67	2	18	190	2	127
2	3	55	1	8	5	8	142	1	68	13	1	191	1	128
1	5	59	1	9	7	5	143	1	69	4	15	191	2	129
3	2	60	1	10	9	2	144	1	70	6	12	192	1	130
2	4	64	1	11	2	13	145	1	71	8	9	193	1	131
4	1	65	1	12	4	10	146	1	72	10	6	194	1	132
1	6	68	1	13	6	7	147	1	73	1	20	194	2	133
3	3	69	1	14	8	4	148	1	74	12	3	195	1	134
2	5	73	1	15	10	1	149	1	75	3	17	195	2	135
4	2	74	1	16	1	15	149	2	76	5	14	196	1	136
1	7	77	1	17	3	12	150	1	77	7	11	197	1	137
3	4	78	1	18	5	9	151	1	78	9	8	198	1	138
5	1	79	1	19	7	6	152	1	79	11	5	199	1	139
2	6	82	1	20	9	3	153	1	80	2	19	199	2	140
4	3	83	1	21	2	14	154	1	81	13	2	200	1	141
1	8	86	1	22	4	11	155	1	82	4	16	200	2	142
3	5	87	1	23	6	8	156	1	83	6	13	201	1	143
5	2	88	1	24	8	5	157	1	84	8	10	202	1	144
2	7	91	1	25	10	2	158	1	85	10	7	203	1	145
4	4	92	1	26	1	16	158	2	86	1	21	203	2	146
6	1	93	1	27	3	13	159	1	87	12	4	204	1	147
1	9	95	1	28	5	10	160	1	88	3	18	204	2	148
3	6	96	1	29	7	7	161	1	89	14	1	205	1	149
5	3	97	1	30	9	4	162	1	90	5	15	205	2	150
2	8	100	1	31	11	1	163	1	91	7	12	206	1	151
4	5	101	1	32	2	15	163	2	92	9	9	207	1	152
6	2	102	1	33	4	12	164	1	93	11	6	208	1	153
1	10	104	1	34	6	9	165	1	94	2	20	208	2	154
3	7	105	1	35	8	6	166	1	95	13	3	209	1	155
5	4	106	1	36	10	3	167	1	96	4	17	209	2	156
7	1	107	1	37	1	17	167	2	97	6	14	210	1	157
2	9	109	1	38	3	14	168	1	98	8	11	211	1	158
4	6	110	1	39	5	11	169	1	99	10	8	212	1	159
6	3	111	1	40	7	8	170	1	100	1	22	212	2	160
1	11	113	1	41	9	5	171	1	101	12	5	213	1	161
3	8	114	1	42	11	2	172	1	102	3	19	213	2	162
5	5	115	1	43	2	16	172	2	103	14	2	214	1	163
7	2	116	1	44	4	13	173	1	104	5	16	214	2	164
2	10	118	1	45	6	10	174	1	105	7	13	215	1	165
4	7	119	1	46	8	7	175	1	106	9	10	216	1	166
6	4	120	1	47	10	4	176	1	107	11	7	217	1	167
8	1	121	1	48	1	18	176	2	108	2	21	217	2	168
1	12	122	1	49	12	1	177	1	109	13	4	218	1	169
3	9	123	1	50	3	15	177	2	110	4	18	218	2	170
5	6	124	1	51	5	12	178	1	111	15	1	219	1	171
7	3	125	1	52	7	9	179	1	112	6	15	219	2	172
2	11	127	1	53	9	6	180	1	113	8	12	220	1	173
4	8	128	1	54	11	3	181	1	114	10	9	221	1	174
6	5	129	1	55	2	17	181	2	115	1	23	221	2	175
8	2	130	1	56	4	14	182	1	116	12	6	222	1	176
1	13	131	1	57	6	11	183	1	117	3	20	222	2	177
3	10	132	1	58	8	8	184	1	118	14	3	223	1	178
5	7	133	1	59	10	5	185	1	119	5	17	223	2	179
7	4	134	1	60	1	19	185	2	120	7	14	224	1	180



### 9) Zusammenfassung für Algorithmus 1 – 6

Es ist nicht bekannt, ob vorgenannte 6 Algorithmen alle Kaprekar- Konstanten erfassen.

Folgendes kann man festhalten :

a) Für Algorithmus 1 – 5 kann man (Summen)formeln für die Berechnung der Anzahl A an Kaprekar- Konstanten für N- stellige Zahlen angeben. Hier gilt stets für N (gerade) :  
 $A(N + 9) = A(N)$ .

Der Algorithmus 6 liefert in unregelmäßigen Abständen Kaprekar- Konstanten. Die Anzahl A dieser Konstanten kann man in Intervallen für N beschreiben. Innerhalb dieser Intervalle weicht A stets nur um den Faktor 1 ab. Wenn N ( gerade ) durch 14 teilbar ist, dann gilt stets :  
 $A(N + 9) = A(N) + 1$  ; ansonsten gilt :  $A(N + 9) = A(N)$ .

Beispiel für N ( gerade ) durch 14 teilbar ( ohne Rest ) :

Anzahl Kaprekar- Konstanten für Zahlen mit N und N + 9 Stellen	
Anzahl Stellen N : 232554	Anzahl Stellen N + 9 : 232563
Alg. 1 : 1	Alg. 1 : 1
Alg. 2 : 1	Alg. 2 : 0
Alg. 3 : 2253331968	Alg. 3 : 0
Alg. 4 : 12919	Alg. 4 : 12920
Alg. 5 : 9702847496459	Alg. 5 : 9705100828427
Alg. 6 : 1845	Alg. 6 : 1846
Summe : 9705100843193	Summe : 9705100843194

Beispiel für N ( gerade ) nicht durch 14 teilbar ( ohne Rest ) :

Anzahl Kaprekar- Konstanten für Zahlen mit N und N + 9 Stellen	
Anzahl Stellen N : 387524	Anzahl Stellen N + 9 : 387533
Alg. 1 : 0	Alg. 1 : 0
Alg. 2 : 1	Alg. 2 : 0
Alg. 3 : 6257188864	Alg. 3 : 0
Alg. 4 : 21529	Alg. 4 : 21530
Alg. 5 : 44900426196045	Alg. 5 : 44906683384909
Alg. 6 : 3076	Alg. 6 : 3076
Summe : 44906683409515	Summe : 44906683409515

b) Für Algorithmus 1 – 6 gilt : Alle Kaprekar- Konstanten sind durch 9 teilbar ( ohne Rest ).

Beispiel für Alg. 3 ;  $> 124578 <$  ( X – mal ) ;  $> 90 <$  ( Y – mal ) ;  $> 36 <$  ( Z – mal ) :

Die Quersummen der einzelnen  $> \text{Zahlenfolgen} <$  sind jeweils ein Vielfaches von 9.

→ die Quersumme jeder Startzahl für X, Y, Z, ist durch 9 teilbar.

Alle Kaprekar- Konstanten werden durch Umordnen der einzelnen Ziffern dieser Startzahl ( größte minus kleinste Zahl ) erzeugt. → auch diese Quersummen sind durch 9 teilbar.

→ somit sind alle Kaprekar- Konstanten Alg. 3 durch 9 teilbar. Gleiches gilt für Alg. 1 – 6.



